

TEST 1

Otázka 1 (8 b.) Délka grafu funkce $f(x) = \frac{1}{6}(e^{3x} + e^{-3x})$, $x \in \langle -\frac{1}{3}, \frac{1}{3} \rangle$, je

- a) $3(e - e^{-1})$
- b) $\frac{1}{3}(e^2 - e^{-2})$
- c) $\frac{1}{3}(e - e^{-1})$
- d) $4(e^2 - e^{-2})$
- e) $\frac{1}{3}e$

Otázka 2 (8 b.) y -ová souřadnice těžiště homogenního rovinného obrazce, který je ohraničený přímkami o rovnicích $x = 0$, $y = 2$ a částí křivky $y = -6x^2 + 5$ ležící v prvním kvadrantu, je

- a) $\frac{11}{5}$
- b) $\frac{5}{3}\sqrt{2}$
- c) $\frac{5}{2}\sqrt{3}$
- d) $2\sqrt{3}$
- e) $\frac{16}{5}$

Otázka 3 (4 b.) Objem rotačního tělesa, které vznikne rotací kolem osy x rovinného obrazce daného nerovnostmi $0 \leq x \leq \cos y$, $0 \leq y \leq \frac{1}{2}\pi$, je

- a) $\pi \int_0^1 \cos^2 x \, dx$
- b) $\pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \arccos^2 x \, dx$
- c) $\pi \int_0^1 \arccos^2 x \, dx$
- d) $\pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x \, dx$
- e) $\pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 y \, dy$

Otázka 4 (4 b.) Nevlastní integrál $\int_{-\infty}^4 e^{x/2} \, dx =$

- a) e^2
- b) $+\infty$
- c) e^4
- d) $e^2 - 1$
- e) $2e^2$

[Správně: c - e - c - e]

TEST 2

Otázka 1 (8 b.) Délka grafu funkce $f(x) = \frac{1}{2} \ln(\sin^2 x)$, $x \in \langle \frac{1}{3}\pi, \frac{1}{2}\pi \rangle$, je

- a) $\frac{1}{2} \ln 3$
- b) $3 \ln 3$
- c) $\ln \frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3} - 1}$
- d) $3 \ln \sqrt{3}$
- e) $\frac{1}{2} \ln \sqrt{3}$

Otázka 2 (8 b.) y -ová souřadnice těžiště homogenního rovinného obrazce, který je ohraničený přímkami o rovnicích $x = \frac{1}{3}$, $y = 6$ a křivkou $y = \frac{1}{3}\sqrt{x} + 6$, je

- a) $\frac{1}{4}\sqrt{3}$
- b) $\frac{1}{24}\sqrt{3} + 6$
- c) $\frac{1}{24}\sqrt{3} + 11$
- d) $\frac{3}{4}\sqrt{3}$
- e) 6

Otázka 3 (4 b.) Objem rotačního tělesa, které vznikne rotací kolem osy y rovinného obrazce ohraničeného křivkami $x = 4 - y^2$, $x = 8 - 2y^2$, je

- a) $2\pi \int_0^2 (4 - y^2)^2 dy$
- b) $6\pi \int_0^2 (4 - y^2)^2 dy$
- c) $\pi \int_0^8 (8 - 2y^2)^2 dy - \pi \int_0^4 (4 - y^2)^2 dy$
- d) $\pi \int_{-2}^2 (4 - y^2)^2 dy$
- e) $3\pi \int_0^2 (4 - y^2)^2 dy$

Otázka 4 (4 b.) Obsah rovinného obrazce ohraničeného křivkami $y = 2 - (x - 1)^2$ a $y = (x - 1)^2$ je

- a) $\frac{8}{3}$
- b) $\frac{7}{3}$
- c) $\frac{10}{3}$
- d) $\frac{11}{3}$
- e) 3

[Správně: a - b - b - a]

TEST 3

Otázka 1 (8 b.) Délka grafu funkce $f(x) = \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2} \ln x$, $x \in \langle 1, e^2 \rangle$, je

- a) $\frac{1}{4}(e^4 + 1)$
- b) $\frac{1}{4}(e^4 - 3)$
- c) $\frac{1}{2}(e^2 + 1)$
- d) $\frac{1}{4}(e^4 + 3)$
- e) $4e^2$

Otázka 2 (8 b.) Objem rotačního tělesa, které vznikne rotací kolem osy x rovinného obrazce daného nerovnostmi $0 \leq y \leq |\sqrt{x-1} - 1|$, $1 \leq x \leq 3$, je

- a) $\frac{1}{3}\pi(12 - 8\sqrt{2})$
- b) $\frac{1}{3}\pi(11 - 8\sqrt{2})$
- c) $\frac{1}{6}\pi(23 - 16\sqrt{2})$
- d) $\frac{1}{3}\pi(4\sqrt{2} - 6)$
- e) 4π

Otázka 3 (4 b.) Integrál $\int_1^{+\infty} \sqrt{x} \cdot x^p dx$ s reálným parametrem p je konečný právě tehdy, když

- a) $p \in (-\infty, \frac{3}{2})$
- b) $p \in (-\frac{3}{2}, +\infty)$
- c) $p \in \langle -\frac{3}{2}, +\infty \rangle$
- d) $p \in (-\infty, -\frac{3}{2})$
- e) $p = -\frac{3}{2}$

Otázka 4 (4 b.) Obsah rovinného obrazce ohraničeného křivkami $x = 1$, $y = 1$ a $y = \ln x$ je

- a) $e - 2$
- b) $2 + e$
- c) e
- d) $3 - e$
- e) 1

[Správně: d - a - d - a]

TEST 4

Otázka 1 (8 b.) Délka grafu funkce $f(x) = \frac{1}{3}\sqrt{x^3} - \sqrt{x}$, $x \in (0, 9)$, je

- a) 12
- b) 11
- c) 13
- d) 14
- e) 15

Otázka 2 (8 b.) Objem rotačního tělesa, které vznikne rotací kolem osy y rovinného obrazce ohraničeného křivkami $y = \frac{1}{2} \ln(-x)$, $y = 0$, $x = -e$, je

- a) $\frac{1}{4}\pi(3e^2 - 1)$
- b) $\frac{1}{4}\pi(e^2 + 1)$
- c) $\frac{1}{4}\pi(4e - e^2 - 1)$
- d) $\frac{1}{4}\pi e$
- e) $\frac{1}{4}\pi(e^2 - 1)$

Otázka 3 (4 b.) Nevlastní integrál $\int_{-1}^3 \frac{dx}{\sqrt{3 + 2x - x^2}} =$

- a) $\pi/2$
- b) $+\infty$
- c) π
- d) 0
- e) 2π

Otázka 4 (4 b.) Kladné reálné číslo a , pro které se obsah rovinného obrazce ohraničeného křivkami $y = ax^3$ a $y = 2x^2$ rovná $\frac{1}{6}$, je

- a) $\frac{1}{2}$
- b) 3
- c) 1
- d) 2
- e) 0

[Správně: a - b - c - d]

TEST 5

Otázka 1 (8 b.) x -ová souřadnice těžiště homogenního rovinného obrazce, který je ohraničený přímkami o rovnicích $x = 0$, $y = 6$ a částí křivky $y = 2x^2$ ležící v I. kvadrantu, je

- a) $\frac{3}{4}\sqrt{2}$
- b) $\frac{3}{8}\sqrt{3}$
- c) $\frac{5}{8}\sqrt{2}$
- d) $\frac{5}{4}$
- e) $\frac{3}{8}$

Otázka 2 (8 b.) Objem rotačního tělesa, které vznikne rotací kolem osy y rovinného obrazce ohraničeného křivkami $y = 2 \arcsin x$, $y = \pi$, $x = 0$, je

- a) 2π
- b) $\pi^2 - 2\pi$
- c) π^2
- d) $\frac{1}{2}\pi$
- e) $\frac{1}{2}\pi^2$

Otázka 3 (4 b.) Délka grafu funkce $f(x) = \arcsin 2x$ je

- a) $2 \int_0^{1/2} \sqrt{\frac{2-4x^2}{1-4x^2}} dx$
- b) $2 \int_0^{1/2} \sqrt{\frac{5-4x^2}{1-4x^2}} dx$
- c) $\int_0^{1/2} \sqrt{\frac{5-4x^2}{1-4x^2}} dx$
- d) $\int_0^{1/2} \sqrt{\frac{2-4x^2}{1-4x^2}} dx$
- e) $\int_{-1}^1 \sqrt{\frac{2-x^2}{1-x^2}} dx$

Otázka 4 (4 b.) Nevlastní integrál $\int_4^5 \frac{6}{\sqrt[5]{(5-x)^2}} dx =$

- a) -10
- b) $+\infty$
- c) $-\infty$
- d) $-\frac{18}{5}$
- e) 10

[Správně: b - e - b - e]

TEST 6

Otázka 1 (8 b.) x -ová souřadnice těžiště homogenního rovinného obrazce, který je ohraničený přímkami o rovnicích $x = \frac{1}{8}$, $y = 5$ a křivkou $y = \frac{1}{8}\sqrt{x} + 5$, je

- a) $\frac{3}{40}$
- b) $\frac{7}{40}$
- c) $\frac{20}{7}$
- d) $\frac{5}{7}$
- e) 6

Otázka 2 (8 b.) Objem rotačního tělesa, které vznikne rotací kolem osy x rovinného obrazce ohraničeného křivkami $(y - 3)^2 = 9 - x$, $x = 0$, je

- a) 72π
- b) 162π
- c) 216π
- d) 229.5π
- e) 36π

Otázka 3 (4 b.) Délka křivky $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 1$ je

- a) $\int_0^1 \sqrt{\frac{2x - \sqrt{x} + 1}{x}} dx$
- b) $\int_0^1 \sqrt{\frac{x - 2\sqrt{x} + 2}{x}} dx$
- c) $2 \int_0^1 (x - \sqrt{x} + 1) dx$
- d) $\int_0^1 \sqrt{\frac{2x - 2\sqrt{x} + 1}{x}} dx$
- e) $\int_0^1 \sqrt{1 + (1 - \sqrt{x})^4} dx$

Otázka 4 (4 b.) Obsah rovinného obrazce daného nerovnostmi $\sin x \leq y \leq \cos x$, $0 \leq x \leq \frac{1}{4}\pi$ je

- a) $\sqrt{2}$
- b) $\sqrt{2} + 1$
- c) $\sqrt{2} - 1$
- d) $2\sqrt{2}$
- e) $\sqrt{2} + 2$

[Správně: a - c - d - c]