TEST 1

Otázka 1 (8 b.) Rovnice tečné roviny k ploše $z = \sqrt{y \sin x}$ v bodě $\left[\frac{1}{6}\pi, 1, \frac{1}{2}\sqrt{2}\right]$ je

a) $6x + y + 2z - 1 - \sqrt{2} - \pi = 0$

b) $2\sqrt{3}x + 2y - 4\sqrt{2}z + 2 - \dfrac{\pi}{\sqrt{3}} = 0$

c) $\dfrac{6}{\pi}x - y + \sqrt{2}z - 1 = 0$

d) $\dfrac{6}{\pi}x + 2y - \sqrt{2}z - 2 = 0$

e) $6x - y - \sqrt{2}z + 2 - \pi = 0$

Otázka 2 (8 b.) Funkce $f(x,y) = 2x^3 + xy^2 + 5x^2 + y^2$ má v bodě $\left[-\frac{5}{3}, 0\right]$

a) sedlový bod

b) neostré lokální maximum

c) neostré lokální minimum

d) ostré lokální minimum

e) ostré lokální maximum

Otázka 3 (4 b.) Rovnice tečné roviny k ploše dané rovnicí $x^2 + y^2 + 2z^2 + 2x + 4z - 2 = 0$ v bodě $[1, 1, -1]$ je

a) $x + y + 2z = 0$

b) $x + y + z - 1 = 0$

c) $2x + z - 1 = 0$

d) $2y + z - 1 = 0$

e) $2x + y - 3 = 0$

Otázka 4 (4 b.) Funkce $x = x(y)$ je implicitně definovaná rovnicí $y^2 - x^3 + y^2x - 1 = 0$ a podmínkou $x(1) = 0$. Hodnota $x'(1)$

a) je rovna 0

b) je rovna -1

c) je rovna $-\frac{1}{2}$

d) neexistuje

e) je rovna -2

$\left[\text{Správně:} \quad \text{b – e – e – e}\right]$

TEST 2

Otázka 1 (8 b.) Maximální definiční obor funkce $f(x,y) = \arcsin\sqrt{xy}$ je množina všech $[x,y] \in \mathsf{R}^2$, pro něž platí

a) $\left(x > 0 \wedge 0 \leqq y \leqq \dfrac{1}{x}\right)$ nebo $(x = 0 \wedge y \in \mathsf{R})$

b) $x \neq 0$ a $0 \leqq y \leqq \dfrac{1}{x}$

c) $\left(x < 0 \wedge \dfrac{1}{x} \leqq y \leqq 0\right)$ nebo $(x = 0 \wedge y \in \mathsf{R})$

d) $\left(x < 0 \wedge -\dfrac{1}{x} \leqq y \leqq 0\right)$ nebo $(x = 0 \wedge y \in \mathsf{R})$

e) $\left(x > 0 \wedge 0 \leqq y \leqq \dfrac{1}{x}\right)$ nebo $\left(x < 0 \wedge \dfrac{1}{x} \leqq y \leqq 0\right)$ nebo $(x = 0 \wedge y \in \mathsf{R})$

Otázka 2 (8 b.) Funkce $f(x,y) = x^2 + y^3 - 2xy$ má v bodě $\left[\frac{2}{3}, \frac{2}{3}\right]$

a) neostré lokální minimum

b) neostré lokální maximum

c) sedlový bod

d) ostré lokální minimum

e) ostré lokální maximum

Otázka 3 (4 b.) Rovnice normály k ploše dané rovnicí $x^2 - 2y^2 + 2z^2 = 33$ v bodě $[1,0,4]$ je

a) $X = [1,0,4] + t(1,1,1), \quad t \in \mathsf{R}$

b) $X = [1,0,4] + t(1,8,1), \quad t \in \mathsf{R}$

c) $X = [1,0,4] + t(1,4,8), \quad t \in \mathsf{R}$

d) $X = [1,0,4] + t(1,0,8), \quad t \in \mathsf{R}$

e) $X = [1,0,4] + t(0,1,8), \quad t \in \mathsf{R}$

Otázka 4 (4 b.) Tečna křivky $x\mathrm{e}^y + y - 1 = 0$ v jejím bodě $[1,0]$ má rovnici

a) $x + 2y - 1 = 0$

b) $2x - y - 2 = 0$

c) $x - 2y - 1 = 0$

d) $2x + y - 2 = 0$

e) $x + y - 1 = 0$

[Správně: e – d – d – a]

TEST 3

Otázka 1 (8 b.) Funkce $y = y(x)$ je implicitně definovaná rovnicí $2 \sin xy - x + y - \frac{1}{6}\pi = 0$ a podmínkou $y(1) = \frac{1}{6}\pi$. Hodnota $y'(1)$

a) je rovna $\dfrac{6 + \pi\sqrt{3}}{6 + 6\sqrt{3}}$

b) je rovna $\dfrac{6 + 6\sqrt{3}}{6 - \pi\sqrt{3}}$

c) je rovna $\dfrac{6 - \pi\sqrt{3}}{6 + 6\sqrt{3}}$

d) je rovna $\dfrac{1 + \sqrt{3}}{6 - \pi\sqrt{3}}$

e) neexistuje

Otázka 2 (8 b.) Funkce $f(x, y) = 3x^2 + 2y^2 - 3x^2 y$ má v bodě $[0, 0]$

a) ostré lokální minimum

b) sedlový bod

c) ostré lokální maximum

d) neostré lokální minimum

e) neostré lokální maximum

Otázka 3 (4 b.) Derivace funkce $f(x, y, z) = \operatorname{arctg} \dfrac{xy}{z}$ v bodě $P = [2, 1, 2]$ ve směru vektoru $\boldsymbol{u} = (u_1, u_2, u_3)$, $u_1 > 0$, který je normálovým vektorem tečné roviny k ploše $x^2 + 2y^2 + z^2 - xz - 6 = 0$ v bodě P, je

a) $\frac{1}{3}\sqrt{3}$

b) $\frac{1}{2}\sqrt{2}$

c) $\frac{1}{6}\sqrt{6}$

d) $-\frac{1}{6}\sqrt{6}$

e) $-\frac{1}{2}\sqrt{2}$

Otázka 4 (4 b.) Rovnice normály k ploše $z = \arcsin xy$ v bodě $\left[\frac{1}{2}, 0, 0\right]$ je

a) $X = \left[\frac{1}{2}, 0, 0\right] + t(0, 1, -2), \quad t \in \mathsf{R}$

b) $X = \left[\frac{1}{2}, 0, 0\right] + t(2, 1, -2), \quad t \in \mathsf{R}$

c) $X = \left[\frac{1}{2}, 0, 0\right] + t(2, -1, 2), \quad t \in \mathsf{R}$

d) $X = \left[\frac{1}{2}, 0, 0\right] + t(2, 0, -1), \quad t \in \mathsf{R}$

e) $X = \left[\frac{1}{2}, 0, 0\right] + t(2, 1, 0), \quad t \in \mathsf{R}$

[Správně: c – a – c – a]

TEST 4

Otázka 1 (8 b.) Přibližný přírůstek funkce $f(x,y) = \operatorname{arctg}\dfrac{y}{x}$ užitím diferenciálu, když x se zvětší z 2 na 2.1 a y se zmenší z 3 na 2.5, je

a) -3.2
b) 0.1
c) -0.1
d) 0.7
e) 2.1

Otázka 2 (8 b.) Funkce $f(x,y) = xy(1-x+y)$ má v bodě $[1,0]$

a) ostré lokální minimum
b) ostré lokální maximum
c) neostré lokální minimum
d) neostré lokální maximum
e) sedlový bod

Otázka 3 (4 b.) Derivace funkce $f(x,y) = \operatorname{arctg}\dfrac{y}{x}$ v bodě $P=[1,1]$ ve směru vektoru $\boldsymbol{u} = (u_1, u_2)$, $u_2 > 0$, který je normálovým vektorem tečny křivky $x^2+y^2-2x=0$ v bodě P, je

a) $\frac{1}{3}$
b) $-\frac{1}{3}$
c) 1
d) $\frac{1}{2}$
e) $-\frac{1}{2}$

Otázka 4 (4 b.) Funkce $y = y(x)$ je implicitně definovaná rovnicí $x\sin y - \cos y + \cos 2y = 0$ a podmínkou $y(1) = \frac{1}{2}\pi$. Hodnota $y'(1)$

a) je rovna 0
b) je rovna $-\frac{1}{2}$
c) je rovna $-\frac{1}{3}$
d) neexistuje
e) je rovna -1

$\Big[$Správně: c – e – d – e$\Big]$

TEST 5

Otázka 1 (8 b.) Normála křivky $\sin xy - \cos \dfrac{x}{y} - 1 = 0$ v jejím bodě $\left[\frac{1}{2}\pi, 1\right]$ má rovnici

a) $x + y - \frac{1}{2}\pi = 0$
b) $\pi x + 2y - 2 - \frac{1}{2}\pi^2 = 0$
c) $2x + \pi y - 2\pi = 0$
d) $2x - \pi y = 0$
e) $x + \pi y - \frac{3}{2}\pi = 0$

Otázka 2 (8 b.) Funkce $f(x, y) = \ln x + \ln y + \ln(1 - x - y)$ má v bodě $\left[\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right]$

a) ostré lokální minimum
b) ostré lokální maximum
c) neostré lokální minimum
d) neostré lokální maximum
e) sedlový bod

Otázka 3 (4 b.) Derivace funkce $f(x, y) = \dfrac{x^2}{y}$ v bodě $P = [2, 1]$ ve směru vektoru $\boldsymbol{u} = (u_1, u_2)$, $u_1 > 0$, který je směrovým vektorem tečny křivky $3x^2 + 2y^2 + xy = 16$ v bodě P, je

a) $-\dfrac{73}{\sqrt{205}}$
b) $-\dfrac{71}{\sqrt{205}}$
c) $\dfrac{72}{\sqrt{205}}$
d) $\dfrac{74}{\sqrt{205}}$
e) $\dfrac{76}{\sqrt{205}}$

Otázka 4 (4 b.) Maximální definiční obor funkce $f(x, y) = \sqrt{(x + 1)(y - 1)}$ je množina

a) $\langle -1, +\infty) \times \langle 1, +\infty)$
b) $(-\infty, -1\rangle \times (-\infty, 1\rangle$
c) $\{\langle -1, +\infty) \times \langle 1, +\infty)\} \cup \{(-\infty, -1\rangle \times (-\infty, 1\rangle\}$
d) $\{\langle \frac{1}{2}, +\infty) \times (-\infty, 2\rangle\} \cup \{(-\infty, \frac{1}{2}\rangle \times \langle 2, +\infty)\}$
e) $(-\infty, \frac{1}{2}\rangle \times (-\infty, 2\rangle$

[Správně: b – b – e – c]

TEST 6

Otázka 1 (8 b.) Délky stran obdélníka se změní takto: jedna se z 6 m zvětší o 2 mm, druhá se z 8 m zmenší o 5 mm. Délka úhlopříčky se rovněž změnila. Výpočtem pomocí diferenciálu 1. řádu zjistíme, že je to přibližně o

a) 2.8 mm
b) −4.2 mm
c) −0.5 mm
d) −2.8 mm
e) 3.3 mm

Otázka 2 (8 b.) Funkce $f(x,y) = \left(x^2 + y^2\right)\mathrm{e}^x$ má v bodě $[-2, 0]$

a) ostré lokální minimum
b) ostré lokální maximum
c) neostré lokální minimum
d) neostré lokální maximum
e) sedlový bod

Otázka 3 (4 b.) Funkce $z = g(x,y)$ je implicitně definována rovnicí $\mathrm{e}^z + z - xy = -1$ a podmínkou $g(1,2) = 0$. Pak $\dfrac{\partial g}{\partial x}(1,2)$ je

a) 1
b) −1
c) 2
d) 0
e) −2

Otázka 4 (4 b.) Normála křivky $x \ln y - y^2 \mathrm{e}^x + 1 = 0$ v jejím bodě $[0, 1]$ má rovnici

a) $x + 2y - 2 = 0$
b) $x - 2y + 2 = 0$
c) $x + y - 1 = 0$
d) $2x - y + 1 = 0$
e) $2x + y - 1 = 0$

[Správně: d – e – a – d]