

ZKOUŠKA Z PŘEDMĚTU MATEMATIKA 1A (obor A)

Příjmení a jméno:

Kroužek:

Datum:

Přednášející:

Výpočty zapisujte dostatečně podrobně (včetně mezivýsledků). Popište všechny podstatné úvahy.

1. Je dána funkce

$$f(x) = \operatorname{arccotg} \frac{x-2}{x}.$$

- 4 b. a) Vypočtěte limity: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$. Určete všechny asymptoty grafu funkce f .
- 4 b. b) Najděte všechny body grafu funkce f , v nichž je tečna grafu kolmá k přímce o rovnici $5x - y + 3 = 0$.
- 5 b. c) Určete všechny maximální intervaly, na nichž je f ryze konvexní, resp. ryze konkávní, a všechny inflexní body grafu funkce f .

2. Je dána množina \mathcal{M} všech pětiúhelníků daného obvodu 1 m, které jsou sjednocením obdélníku a rovnostranného trojúhelníku, přičemž obdélník a trojúhelník mají jednu společnou stranu.

- 5 b. a) Najděte funkci S proměnné a , která vyjadřuje závislost obsahu pětiúhelníku z množiny \mathcal{M} (v m^2) na délce a strany příslušného trojúhelníku (v metrech).
- 2 b. b) Určete definiční obor DS a vypočtěte derivaci S' funkce S .
- 5 b. c) Najděte bod $a_0 \in DS$, v němž má funkce S globální maximum. Ověřte, že jde opravdu o globální maximum. Určete oba rozměry obdélníkové části pětiúhelníku z množiny \mathcal{M} , který má maximální obsah.

3. Nechť $\lambda \in \mathbf{R}$ je parametr. Jsou dány vektory

$$\mathbf{u}_1 = (1, -1, 4), \quad \mathbf{u}_2 = (1, \lambda, -6), \quad \mathbf{u}_3 = (6, 9, \lambda), \quad \mathbf{v} = (3, 7, 2).$$

- 5 b. a) Najděte množinu M všech hodnot parametru λ , pro něž je tříčlenná skupina vektorů $\langle \mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \mathbf{u}_3 \rangle$ bází vektorového prostoru \mathbf{R}^3 .
- 3 b. b) Pro $\lambda = 9$ vyjádřete vektor \mathbf{v} jako lineární kombinaci dvojčlenné skupiny $\langle \mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2 \rangle$.
- 5 b. c) Najděte všechny hodnoty parametru λ , pro něž vektor \mathbf{v} není lineární kombinací tříčlenné skupiny $\langle \mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \mathbf{u}_3 \rangle$.

4. V prostoru jsou dány body

$$A = [1, 1, -3], \quad B = [-2, 0, 1], \quad C = [3, 4, -1], \quad D = [8, 3, 5].$$

- 4 b. a) Určete vzájemnou polohu přímky p procházející body A, B a přímky q procházející body C, D .
- 4 b. b) Vypočtěte obsah trojúhelníku ABC .
- 4 b. c) Najděte bod D' souměrně sdružený s bodem D podle roviny ρ procházející body A, B, C .

Počet bodů z písemky / celkem:

Známka: