

ZKOUŠKA Z PŘEDMĚTU MATEMATIKA 1 (obor SI)

Příjmení a jméno:

Datum:

Přednášející:

Výpočty zapisujte dostatečně podrobně (včetně mezivýsledků). Popište všechny podstatné úvahy.

1. Je dána funkce $f(x) = \arctg \frac{2-x}{x}$.

7 b. a) Vypočtete limity: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 0_+} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 0_-} f(x)$. Napište rovnice všech asymptot grafu funkce f .

7 b. b) Vypočtete všechny inflexní body grafu funkce f .

2. Uvažujme množinu \mathcal{M} všech rotačních válců s daným povrchem S (S je kladná konstanta).

4 b. a) Vyjádřete objem válce z \mathcal{M} jako funkci V proměnné r , kde r je poloměr podstavy válce.

3 b. b) Zapište definiční obor DV a vypočtete derivaci V' funkce V .

5 b. c) Najděte bod $r_0 \in DV$, v němž má funkce V globální maximum. Ověřte, že jde opravdu o globální maximum. Vypočtete výšku válce z množiny \mathcal{M} , který má maximální objem.

3. Jsou dány vektory

$$\mathbf{u}_1 = (\lambda, 2, -1), \quad \mathbf{u}_2 = (1, 0, 1), \quad \mathbf{u}_3 = (\lambda + 1, 3, 2), \quad \mathbf{v} = (4, 1, 0),$$

kde $\lambda \in \mathbf{R}$ je parametr. Necht' V je lineární obal skupiny $\langle \mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \mathbf{u}_3 \rangle$.

5 b. a) Pro každé $\lambda \in \mathbf{R}$ určete dimenzi vektorového prostoru V .

5 b. b) Najděte množinu M všech hodnot parametru λ , pro které vektor \mathbf{v} leží ve V .

4 b. c) Pro $\lambda = 1$ vyjádřete vektor \mathbf{v} jako lineární kombinaci skupiny $\langle \mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \mathbf{u}_3 \rangle$, tj. vypočtete reálná čísla $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ taková, že platí $\alpha_1 \mathbf{u}_1 + \alpha_2 \mathbf{u}_2 + \alpha_3 \mathbf{u}_3 = \mathbf{v}$.

Celkový počet bodů z písemky:

Známka: