

DVĚ VZOROVÉ PÍSEMKY

Každý příklad je za 10 bodů.

1. PÍSEMKY

1. Řešte okrajovou úlohu

$$\begin{aligned}u'' + u &= 3 \sin 2x; \\ u(0) &= -1; u(\pi/2) = 1.\end{aligned}$$

2. Je dána množina $M = \{[x, y] \in \mathbb{R}^2; 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, y \geq 0\}$. Vypočítejte integrál

$$\iint_M y dx dy.$$

3. Vypočítejte hmotnost křivky $x = t \cos t, y = t \sin t, t \in (0, 1)$, je-li hustota rovna $\rho = \arctan \frac{y}{x}$.

2. PÍSEMKY

1. Řešte počáteční úlohu

$$\begin{aligned}u'' + 2u' + u &= x; \\ u(0) &= 0; u'(0) = 1.\end{aligned}$$

2. Vypočítejte objem tělesa $M = \{[x, y, z] \in \mathbb{R}^3; x^2 + y^2 + z^2 \leq 4, z \geq \sqrt{x^2 + y^2}\}$.

3. Je dána orientovaná křivka k v rovině $k : y = x^2, x \in [0, 1]$ s počátečním bodem $A = [0, 0]$ a koncovým $B = [1, 1]$. Dále je dáno silové pole (x^2, y^2) . Spočítejte práci, jakou vykoná pole při přemístění hmotného bodu z bodu A do bodu B po křivce k .