KVADRATICKÉ PLOCHY

(KVADRIKY - QUADRICS)

VÝUKOVÝ MATERIÁL

OBSAH:

❖ POJEM KVADRIKY

Kvadratickými plochami, neboli kvadrikami, nazýváme plochy druhého stupně, tj. plochy, jejichž rovnice v pravoúhlé souřadnicové soustavě {0; x, y, z} můžeme zapsat ve tvaru:

$$ax^2 + by^2 + cz^2 + dxy + ezy + fxz + gx + hy + iz + j = 0 \ , \qquad (1)$$

kde koeficienty jsou reálná čísla a všechna čísla a,b,c,d,e,f nejsou současně rovna nule.

Je-li osa kvadriky (v případě osové kvadriky) nebo povrchové přímky kvadriky (v případě válcové plochy) rovnoběžná s některou ze souřadnicových os, potom se rovnice (1) zjednoduší na

$$ax^2 + by^2 + cz^2 + gx + hy + iz + j = 0. \qquad (2)$$

❖ ANALÝZA

ROVNICE PO ÚPRAVĚ NA ČTVEREC

1. NEROTAČNÍ

OBSAHUJE VŠECHNY PROMĚNNÉ?

ANO

JSOU VŠECHNY PROMĚNNÉ NA DRUHOU?

ANO

- ELIPSOID $$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$$
- JEDNODÍLNÝ HYPERBOLOID $$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=1$$
- DVOUDÍLNÝ HYPERBOLOID $$-\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$$
- ELIPTICKÁ KUŽEL. PLOCHA $$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=0$$

NE

- PARABOLOID ELIPTICKÝ $$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=z$$
- PARABOLOID HYPERBOLICKÝ $$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=z$$

NE

JDE O VÁLCOVOU PLOCHU NEBO JEJÍ SPECIÁLNÍ PŘÍPAD

- ELIPTICKÁ PLOCHA $$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$$
- HYPERBOLICKÁ PLOCHA $$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$$
- PARABOLICKÁ PLOCHA $$x^2=a^2\cdot y$$
- DVOJICE RŮZNOBĚŽNÝCH ROVIN $$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=0$$
- DVOJICE ROVNOBĚŽNÝCH ROVIN $$x^2-a^2=0$$
- JEDNA ROVINA $$x^2=0$$

ZPĚT

2. ROTAČNÍ

OBSAHUJE VŠECHNY PROMĚNNÉ?

ANO

JSOU VŠECHNY PROMĚNNÉ NA DRUHOU?

ANO

KUŽELOVÁ PLOCHA $$\frac{x^2}{b^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=0$$

ROTAČNÍ ELIPSOID $$\frac{x^2}{b^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$$

KULOVÁ PLOCHA SFÉRA $$\frac{x^2}{b^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{b^2}=1$$

JEDNODÍLNÝ HYPERBOLOID $$\frac{x^2}{b^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=1$$

DVOUDÍLNÝ HYPERBOLOID $$-\frac{x^2}{b^2}-\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$$

NE

ROTAČNÍ PARABOLOID $$\frac{x^2}{b^2}+\frac{y^2}{b^2}=z$$

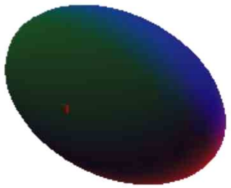
NE

VÁLCOVÁ KRUHOVÁ PLOCHA $$\frac{x^2}{b^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$$

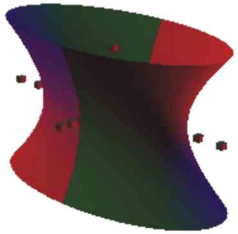
ZPĚT

❖ PŘÍKLADY – SCHEMA ANALÝZY

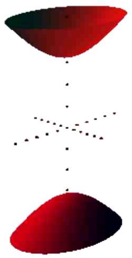
ELIPSOID



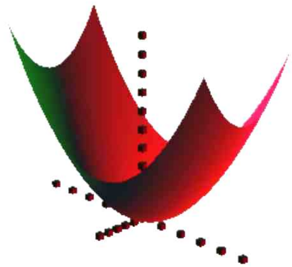
JEDNODÍLNÝ HYPERBOLOID



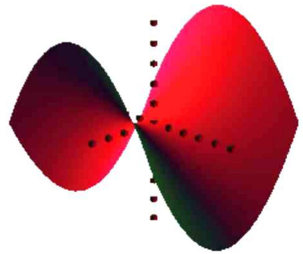
DVOUDÍLNÝ HYPERBOLOID



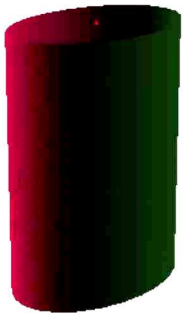
ELIPTICKÝ PARABOLID



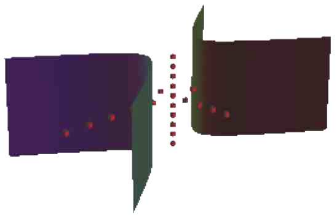
HYPERBOLICKÝ PARABOLOID



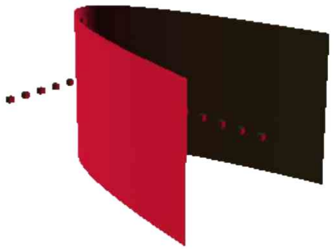
ELIPTICKÁ VÁLCOVÁ PLOCHA



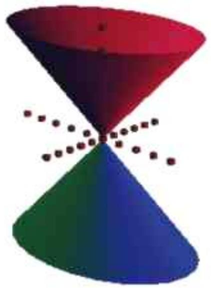
HYPERBOLICKÁ VÁLCOVÁ PLOCHA



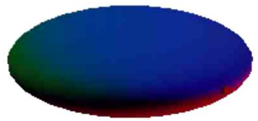
PARABOLICKÁ VÁLCOVÁ PLOCHA



KUŽELOVÁ ELIPTICKÁ PLOCHA



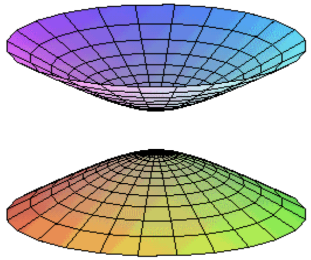
ZPLOŠTĚLÝ ROTAČNÍ ELIPSOID



ZPĚT

JEDNODÍLNÝ ROTAČNÍ HYPERBOLOID

DVOUDÍLNÝ ROTAČNÍ HYPERBOLOID



VÁLCOVÁ ROTAČNÍ PLOCHA

ROTAČNÍ PARABOLOID

[ZPĚT]

❖ PŘÍKLADY POSTUPU

SFÉRA

$$x^2 + y^2 + z^2 + 10x - 8y - 4z + 36 = 0$$

$$x^2 + 10x + y^2 - 8y + z^2 - 4z + 36 = 0$$

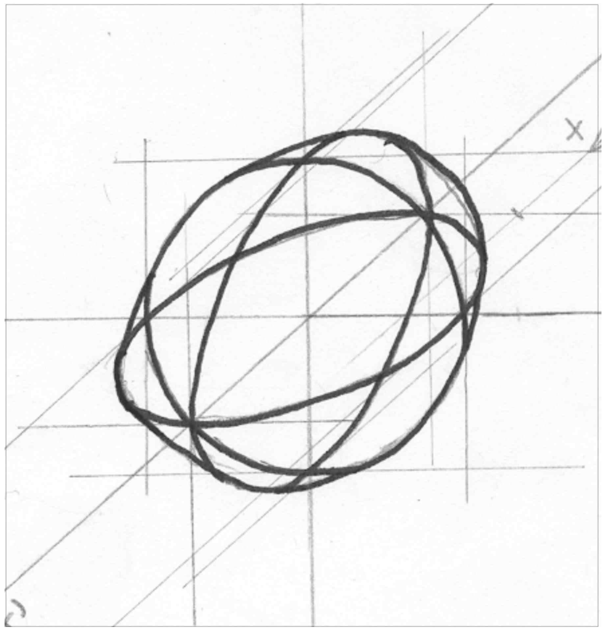
$$\left(x^2 + 10x + 25\right) + \left(y^2 - 8y + 16\right) + \left(z^2 - 4z + 4\right) = -36 + 25 + 16 + 4$$

$$(x+5)^2 + (y-4)^2 + (z-2)^2 = 9$$

$$\frac{(x+5)^2}{3^2} + \frac{(y-4)^2}{3^2} + \frac{(z-2)^2}{3^2} = 1$$

$S = [-5;4;2]$

$r = 3^2 = 9$



JAK POZNÁM O CO JDE? ZDE JE JEDNODUCHÝ POSTUP:

1) OBSAHUJE VŠECHNY PROMĚNNÉ
2) VŠECHNY PROMĚNNÉ JSOU NA DRUHOU
3) VŠECHNY PROMĚNNÉ MAJÍ KLADNÉ ZNAMÉNKO
4) JE TO ROTAČNÍ PLOCHA. MÁ MINIMÁLNĚ DVA JMENOVATELE STEJNÉ
5) V TOMTO PŘÍPADĚ JDE O KULOVOU PLOCHU, KTERÁ VZNIKNE ROTACÍ TŘÍ POLOOS O STEJNÝCH ROZMĚRECH.

ZPĚT

DVOUDÍLNÝ ROTAČNÍ HYPERBOLOID

$$-4x^2+9y^2+9z^2+18y-90z+270=0$$

$$-4x^2+9y^2+18y+9z^2-90z+270=0$$

$$-4x^2+9\left(y^2+2y\right)+9\left(z^2-10z\right)+270=0$$

$$-4x^2+9\left(y^2+2y+1\right)+9\left(z^2-10z+25\right)+270-9\cdot 1-9\cdot 25=0$$

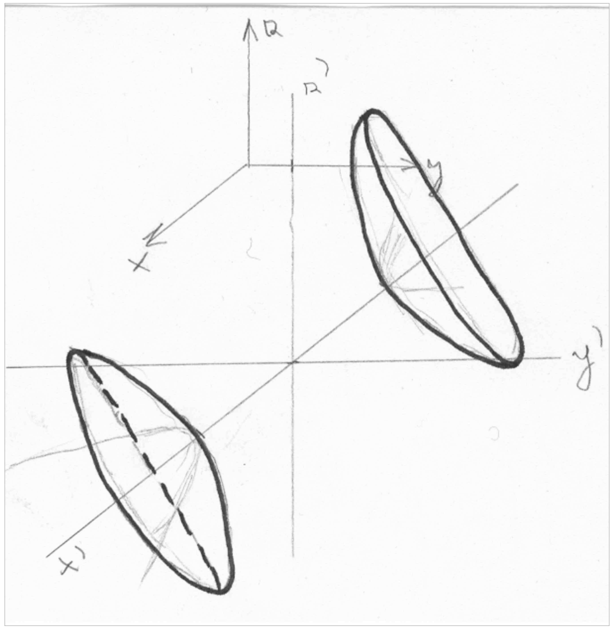
$$-4x^2+9(y+1)^2+9(z-5)^2=-36 \quad / \, {}^{1}\!/_{4}\,,{}^{1}\!/_{9}$$

$$-\frac{x^2}{9}+\frac{(y+1)^2}{4}+\frac{(z-5)^2}{4}=-1$$

$$+\frac{x^2}{3^2}-\frac{(y+1)^2}{4^2}-\frac{(z-5)^2}{4^2}=1$$

$$S=[0,-1,5]$$

$$a=3 \quad b=4 \quad c=4$$



JAK POZNÁM O CO JDE? ZDE JE JEDNODUCHÝ POSTUP:

1) OBSAHUJE VŠECHNY PROMĚNNÉ
2) VŠECHNY PROMĚNNÉ JSOU NA DRUHOU
3) VŠECHNY PROMĚNNÉ MAJÍ KLADNÉ ZNAMÉNKO? NE, NEMAJÍ!
4) OSA ROTACE JE ROVNOBĚŽNÁ S OSOU X.
5) JE TO ROTAČNÍ PLOCHA. MÁ MINIMÁLNĚ DVA JMENOVATELE STEJNÉ
6) V TOMTO PŘÍPADĚ JDE O DVOUDÍLNÝ ROTAČNÍ HYPERBOLOID, KTERÝ VZNIKNE ROTACÍ HYPERBOLY KOLEM OSY $\parallel$ S OSOU X.

ZPĚT

❖ ODKAZY, LITERATURA, PROGRAMY

ODKAZY

www.kma.zcu.cz/Geometrie/krivkyaplochy/rot.htm

www.pef.zcu.cz/pef/kmt/projekt/

PROGRAMY NA SESTROJENÍ KVADRIK

KVADRIKY.EXE

ROTACNI.EXE

ROTKVAD.EXE

ZPĚT NA ÚVODNÍ STRANU