

Jana Přívratská

ČERNOBÍLÁ SYMETRIE OBDÉLNÍKOVÉ DESKY

Abstrakt

V článku je prezentováno 31 typů symetrie černobílých ornamentů na obdélníkové desce. K jejich popisu jsou použity černobílé bodové vrstvé grupy symetrie.

Klíčová slova

symetrie, antisymetrie, černobílé grupy, vrstvé grupy

1 Úvod

Obdélníkové desky (okenní tabule, šály, ...) reprezentují omezenou část vrstvy v třírozměrném prostoru.

Ke klasifikaci vzorů použitých na jejich povrchu lze využít bodové vrstvé grupy symetrie. Lze rozlišit celkem 16 různých typů vzorů [1].

Tento počet se zvýší, vezmeme-li za další dekorativní prvek i negeometrickou vlastnost, např. změnu barvy. Velmi působivé vzory dostáváme při střídání dvou barev, např. černé a bílé. V tomto případě lze ke klasifikaci vzorů využít dvojbarevné (magnetické) vrstvé grupy symetrie (= černobílé vrstvé grupy symetrie).

2 Černobílé vrstvé grupy symetrie

2.1 Antisymetrie

Uvažujme grupy, ve kterých se vedle prostorových souřadnic vyskytuje další proměnná, např. právě změna barvy (nebo ve fyzice čas, hodnota spinu, ...). Toto zobecnění symetrie [2] se nazývá antisymetrie nebo barevná symetrie.

Nechť čtvrtá, antisymetrická, proměnná nabývá pouze dvou diskrétních hodnot. Operace $1'$, ($(1')^2 = 1$), která mění pouze hodnotu této čtvrté proměnné, se nazývá operace anti-identity (1 označuje identitu). Kombinace anti-identity s klasickou geometrickou operací

ponechává nedotčenou geometrickou operaci, působí pouze na dodatečnou čtvrtou proměnnou. Např. kombinací $21' = 2'$ vznikne antisymetrická operace rotace o 180° doprovázená změnou barvy z bílé na černou (a naopak). Grupy obsahující alespoň jednu antisymetrickou operaci se nazývají černobílé grupy symetrie.

2.2 Vrstvové grupy

Pro účely souřadnicového značení vrstvových grup použijeme kartézský souřadnicový systém $\langle O; x, y, z \rangle$, kde O je střed desky, osy x, y jsou rovnoběžné se stranami obdélníkové desky a osa z je kolmá k rovině desky.

Pro značení operací symetrie použijeme následující symboly:

1 - identita

$\bar{1}$ - prostorová inverze

$2_x, 2_y, 2_z$ - rotace kolem osy x, y, z o 180°

m_x, m_y, m_z - rovinná souměrnost s rovinou souměrnosti
kolmou k ose x, y, z

Existují dva typy operací symetrie, vůči nimž je vrstva invariantní [3].

- Operace, které přemísťují body jedné povrchové plochy vrstvy do ekvivalentních poloh na téže ploše, tj. operace, které nemění orientaci vektoru normály k ploše. Pro obdélníkovou desku to jsou následující operace:

1, 2_z , m_x , m_y

- Operace, které přemísťují body jedné povrchové plochy vrstvy (z "lícové plochy") do ekvivalentních poloh na opačné povrchové ploše (do "rubové plochy") a naopak; tyto operace mění orientaci vnější normály k ploše. V textu budou vyznačeny podtržítkem [3, 4]. Pro obdélníkovou desku to jsou následující operace:

$\bar{1}$, $\underline{2}_x$, $\underline{2}_y$, $\underline{m}_z$

3 Antisymetrie obdélníkové vrstvy

Následující tabulka uvádí nejen kompletní výčet 31 dvojbarevných vrstvových grup symetrie, ale i 16 klasických (geometrických "jednobarevných") vrstvových grup. Grupy jsou rozděleny do tří krystalografických soustav.

ČERNOBÍLÁ SYMETRIE OBDÉLNÍKOVÉ DESKY

soustava	klasická vrstvosá grupa	černobílá vrstvosá grupa
triklinická	1 $\bar{1}$	$\bar{1}'$
monoklinická	2_z $\underline{2}_x$ $\underline{2}_y$ $\underline{m}_z$ m_x m_y $2_z/\underline{m}_z$ $\underline{2}_x/m_x$ $\underline{2}_y/m_y$	$2'_z$ $\underline{2}'_x$ $\underline{2}'_y$ $\underline{m}'_z$ m'_x m'_y $2'_z/\underline{m}_z$ $2_z/\underline{m}'_z$ $2'_z/\underline{m}'_z$ $\underline{2}'_x/m_x$ $\underline{2}_x/m'_x$ $\underline{2}'_x/m'_x$ $\underline{2}'_y/m_y$ $\underline{2}_y/m'_y$ $\underline{2}'_y/m'_y$
ortorombická	$\underline{2}_x\underline{2}_y\underline{2}_z$ $m_xm_y\underline{2}_z$ $\underline{2}_xm_y\underline{m}_z$ $\underline{m}_x\underline{2}_y\underline{m}_z$ $\underline{2}_x/m_x\underline{2}_y/m_y\underline{2}_z/\underline{m}_z$	$\underline{2}'_x\underline{2}'_y\underline{2}_z$ $\underline{2}'_x\underline{2}_y\underline{2}'_z$ $\underline{2}_x\underline{2}'_y\underline{2}'_z$ $m'_xm'_y\underline{2}_z$ $m'_xm_y\underline{2}'_z$ $m_xm'_y\underline{2}'_z$ $\underline{2}_xm'_y\underline{m}'_z$ $\underline{2}'_xm_y\underline{m}'_z$ $\underline{2}'_xm'_y\underline{m}_z$ $\underline{m}'_x\underline{2}_y\underline{m}'_z$ $\underline{m}_x\underline{2}'_y\underline{m}'_z$ $\underline{m}'_x\underline{2}'_y\underline{m}_z$ $\underline{2}_x/m'_x\underline{2}_y/m'_y\underline{2}_z/\underline{m}'_z$ $\underline{2}'_x/m_x\underline{2}_y/m_y\underline{2}_z/\underline{m}'_z$ $\underline{2}'_x/m'_x\underline{2}'_y/m'_y\underline{2}_z/\underline{m}_z$

Z 16 klasických vrstevových grup je 5 izomorfních s rovinnými bodovými grupami:

$$1, 2_z, m_x, m_y, m_x m_y 2_z$$

Z 31 černobílých vrstevových grup je 6 izomorfních s rovinnými černobílými bodovými grupami:

$$2'_z, m'_x, m'_y, m'_x m'_y 2_z, m'_x m_y 2'_z, m_x m'_y 2'_z$$

4 Závěr

S problematikou popisu symetrie se nesetkáváme jen v geometrii, resp. designu. S grupovým popisem symetrie reálných objektů se zabývá také krystalografie, studium tenzorových vlastností pevných látek apod.

Fyzikální značení operací i prvků symetrie, které bylo použito v tomto článku, se liší od označení používaného v geometrii, což poněkud znesnadňuje přechod mezi oběma oblastmi.

Dvojbarevná symetrie černobílé obdélníkové desky je jednoduchou ukázkou využití "fyzikálních" grup symetrie v geometrii.

Poděkování

Článek vznikl za podpory *PuC FLEX*, s.r.ō.

Literatura

- [1] J. Přívratská: *Symmetry of Some Window Ornaments, ICPM'05, TUL, Liberec 2005, pp.197-202*
- [2] A. V. Shubnikov, V. A. Kopcik: *Symmetry in science and art, Plenum Press, New York 1974*
- [3] International Tables for Crystallography, *Vol.E Subperiodic Groups, Kluwer Press, Dordrecht 2002*
- [4] V. Janovec: *Ferroelectrics*, **35**, 1976, 105-110