

Jana Vecková

PLOCHA SE ČTVERCOVÝM PŮDORYSEM URČENÁ HRANIČNÍ KŘIVKOU

Abstrakt

Práce představuje algoritmus pro vyplnění zadaného křivočarého čtyřúhelníku nad obdélníkem plochou. Plocha je reprezentována polygonem ze dvou sítí lomených čar, konstruovaným s podmínkou, aby hraniční lomené čáry interpolovaly zadanou hranici.

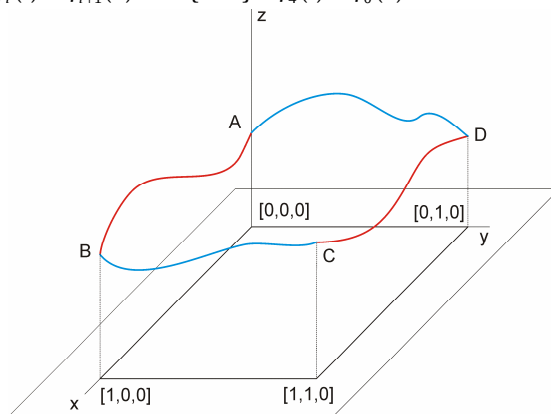
Klíčová slova

Hraniční křivka, plocha.

1 Výchozí zadání problému

Existuje celá řada postupů, která řeší zadaný problém, viz [2]. Naší snahou bude najít efektivní, rychlý algoritmus, který bude vytvářet plochu se zadaným krajem, plocha nebude vázána žádnými dodatečnými podmínkami, např. podmínkami na zadaném kraji. Budeme vytvářet interpolační polygon daný sítí bodů a jejich vhodných spojníc.

Předpokládáme, že hranice je tvořena čtyřmi hladkými rovinnými křivkami $f_i(t)$, $i \in \{1,2,3,4\}$, $t \in \langle 0,1 \rangle$. Její pravouhlý průmět do roviny xy je hranice jednotkového čtverce, Obrázek 1. Dohromady tvoří uzavřenou křivku, tj. $f_i(1) = f_{i+1}(0)$, $i \in \{1,2,3\}$, $f_4(1) = f_0(0)$.



Obrázek 1: Zadání úlohy

2 Algoritmus navrhovaného řešení

Nejprve rozdělíme každou stranu půdorysu hranice na n stejných dílů. Čtverec je rozdělen pravidelnou mřížkou. Body dělení vytvoří na hraničních křivkách vepsané lomené čáry. z-ové souřadnice vrcholů lomených čar označíme m_{ij} , můžeme je zapsat do matice $M = (m_{ij})$ typu $(n+1, n+1)$, obrázek 2. V prvním kroku algoritmu vypočteme z-ové souřadnice v bodech čtverce mřížky, který je nejbližší zadané hranici. Použijeme vzorce:

$$m_{i,2} = \left[\frac{m_{i,n+1} + (n-1)m_{i,1}}{n} + \frac{(i-1)m_{n+1,2} + (n-i+1)m_{1,2}}{n} \right] / 2, \quad i \in \{2, \dots, n\},$$

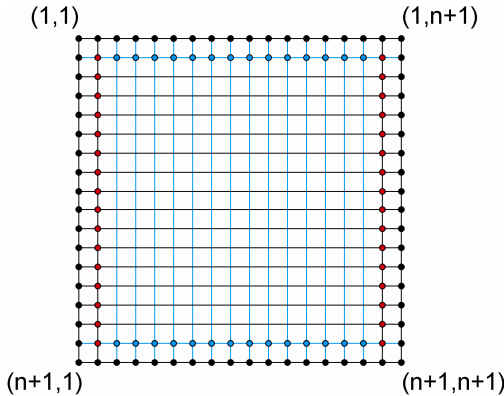
$$m_{i,n} = \left[\frac{(n-1)m_{i,n+1} + m_{i,1}}{n} + \frac{(i-1)m_{n+1,n} + (n-i+1)m_{1,n}}{n} \right] / 2, \quad i \in \{2, \dots, n\},$$

$$m_{2,j} = \left[\frac{m_{n+1,j} + (n-1)m_{1,j}}{n} + \frac{(j-1)m_{2,n+1} + (n-j+1)m_{2,1}}{n} \right] / 2,$$

$$j \in \{3, \dots, n-1\},$$

$$m_{n,j} = \left[\frac{(n-1)m_{n+1,j} + m_{1,j}}{n} + \frac{(j-1)m_{2,n+1} + (n-j+1)m_{2,1}}{n} \right] / 2,$$

$$j \in \{3, \dots, n-1\}.$$

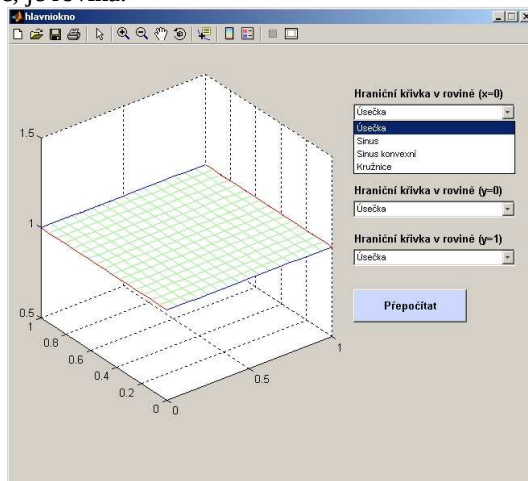


Obrázek 2: Výpočet bodů matice

Další kroky jsou analogické. Algoritmus můžeme zobecnit na případ, kdy půdorysem hranice je obdélník.

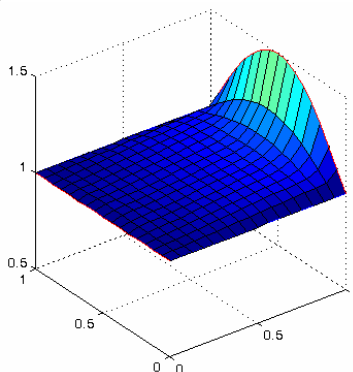
3 Příklady

Pro demonstraci jsme vybrali software Matlab, kde je možné vytvořit pro modelování jistým způsobem přátelské prostředí, obrázek 3. Pro jednoduchost vybíráme jako hraniční křivky úsečky a vhodné oblouky sinusoidy. V obrázku 3 vidíme, že triviálním případem, kdy hranicí jsou strany čtverec, je rovina.

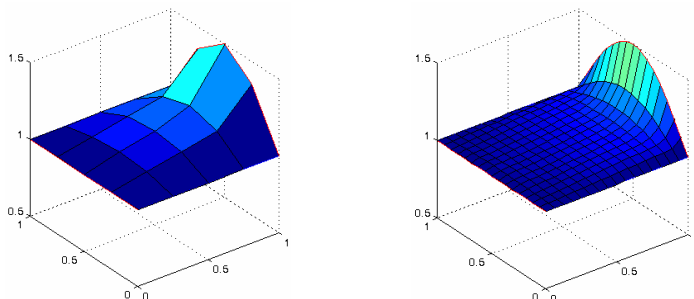


Obrázek 3: Ukázka menu v MATLABu

Obrázek 4 ukazuje případ, kdy jednou z hraničních křivek je sinusoida, zbývající čtyři jsou úsečky. Zjemňující se dělení mění tvar plochy, obrázek 5. Plocha se stále více přimyká k hraničním křivkám a “uprostřed” obdélníku se zplošťuje.

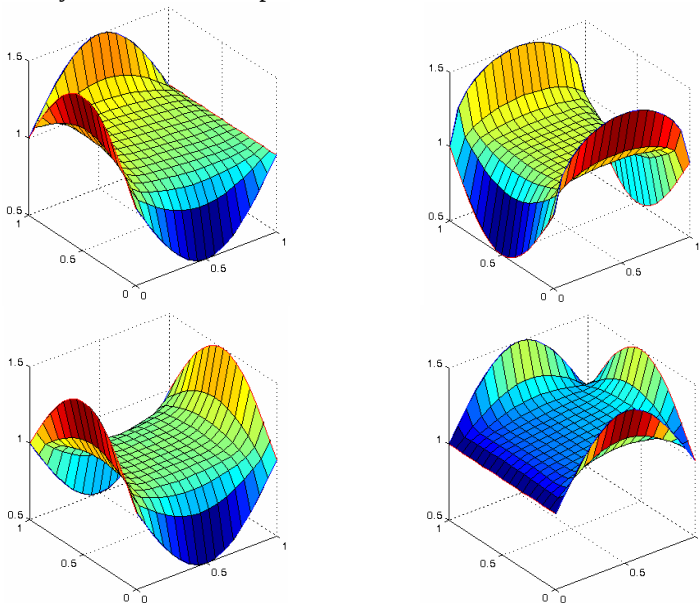


Obrázek 4: Hranice přímého sinového konoidu



Obrázek 5: Porovnání tvarů ploch při zjemnění

Ukázky několika dalších příkladů vidíme na obrázku 6.



Obrázek 6: Jiné příklady plochy

Literatura:

- [1] J. Vecková: *Plocha se čtvercovým půdorysem určená hraničními křivkami*, Sborník 13. studentské konference v Černicích, 2005.
- [2] D. Marsh: *Applied Geometry for Computer Graphics and CAD*, Springer, 1999.