

Paměťová složitost a třída LOGSPACE

Michal Hanzlík

Západočeská univerzita v Plzni
Fakulta aplikovaných věd
Katedra matematiky

27. června 2012

Obsah

- 1 Výpočetní složitost
Úvod
- 2 Prostorová složitost
Logspace
- 3 Otevřený problém

Výpočetní složitost

- Jazyk (problém) - množina slov nad abecedou

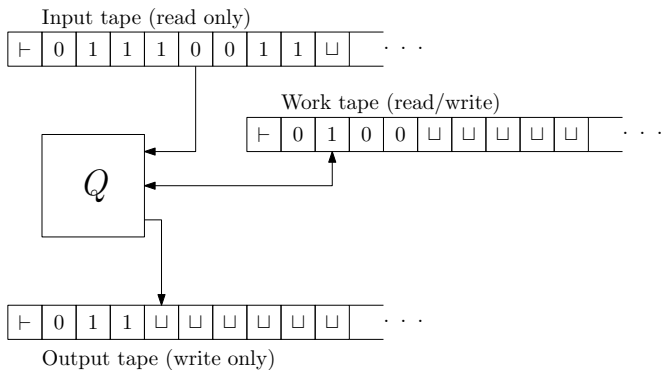
Výpočetní složitost

- Jazyk (problém) - množina slov nad abecedou
- Rozhodovací problém

Výpočetní složitost

- Jazyk (problém) - množina slov nad abecedou
- Rozhodovací problém
- Zdroje - čas vs. prostor (paměť)

Výpočetní model



Obrázek: Turingův stroj

Výpočetní model

$$M = (Q, \Sigma, \delta, s, t, r),$$

- Q - konečná množina *stavů*;
- Σ - konečná *abeceda znaků* (např. $\Sigma = \{0, 1, \vdash, \dots\}$);
- $\delta : Q \setminus \{t, r\} \times \Sigma \longrightarrow Q \times \Sigma \times \{-1, 0, 1\}$ - *přechodová funkce*;
- $s \in Q$ - *počáteční stav*;
- $t \in Q$ - *přijímací stav*;
- $r \in Q$ - *zamítací stav* ($r \neq t$).

Typy Turingových strojů

- Deterministický

Typy Turingových strojů

- Deterministický
- Nedeterministický

Typy Turingových strojů

- Deterministický
- Nedeterministický
- Pravděpodobnostní

Třídy výpočetní složitosti

Definice

Nechť $T : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ je časově konstruovaná funkce.

Definujeme třídy

- $\text{DTime}(T(n))$
- $\text{NTime}(T(n))$

jako množiny jazyků, které jsou přijímány deterministickým (resp. nedeterministickým) Turingovým strojem, který pracuje v čase $T(n)$.

Třídy výpočetní složitosti

Definice

Nechť $S : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ je paměťově konstruovávaná funkce.

Definujme třídy

- $\text{DSpace}(S(n))$
- $\text{NSpace}(S(n))$

jako množiny jazyků, které jsou přijímány deterministickým (resp. nedeterministickým) Turingovým strojem, který pracuje v paměti $S(n)$.

Savitchova věta

Věta (Savitch, 1970)

Nechť $S(n) \geq \log n$ je paměťově konstruovatelná funkce.

Potom

$$\text{NSpace}(S(n)) \subseteq \text{DSpace}(S(n)^2).$$

Immermanova – Szelepcsényiho věta

Věta (Immerman, Szelepcsényi, 1987)

*Nechť $S(n) \geq \log n$ je paměťově konstruovatelná funkce.
Potom*

$$\text{NSpace}(S(n)) = \text{co-NSpace}(S(n)).$$

Logspace

- Třída jazyků (problémů) řešitelných { *deterministickým, nedeterministickým, pravděpodobnostním* } Turingovým strojem, který používá nejvýše $O(\log n)$ buněk pracovní pásky

Logspace

- Třída jazyků (problémů) řešitelných $\{ \textit{deterministickým, nedeterministickým, pravděpodobnostním} \}$ Turingovým strojem, který používá nejvýše $O(\log n)$ buněk pracovní pásky
- $\mathcal{L} = \text{DSpace}(O(\log n))$
- $\mathcal{NL} = \text{NSpace}(O(\log n))$

Logspace

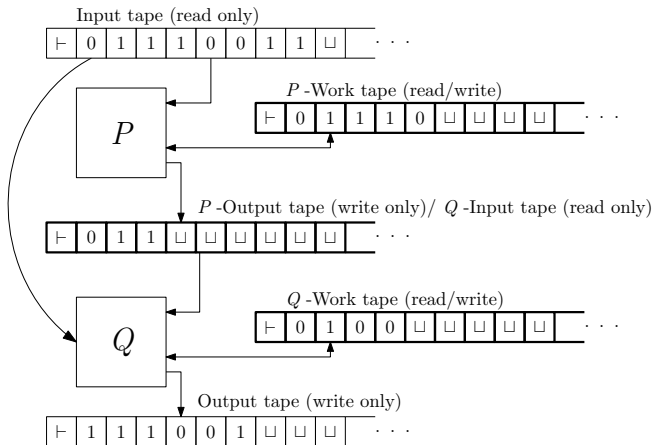
Vlastnosti $\mathcal{L}$

- Problém dosažitelnosti v **neorientovaném** grafu je $\mathcal{L}$ -úplný (Reingold, 2005)
- $\mathcal{L} = co\text{-}\mathcal{L}$

Vlastnosti $\mathcal{NL}$

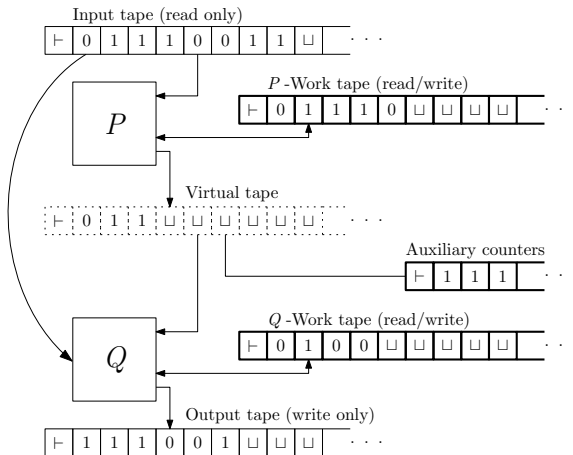
- Problém dosažitelnosti v **orientovaném** grafu je $\mathcal{NL}$ -úplný
- $\mathcal{NL} = co\text{-}\mathcal{NL}$ (Immerman, Szelepcsényi, 1987)
- $\mathcal{NL} \subseteq DSpace(O(\log^2 n))$ (Savitch, 1970)

Kompozice



Obrázek: Naivní kompozice

Kompozice



Obrázek: Emulativní kompozice

Třída $\mathcal{UL}$

Definice

$\mathcal{UL}$ je třída rozhodovacích problémů řešitelných nedeterministickým Turingovým strojem v logaritmické paměti tak, že pro libovolný vstup existuje nejvýše jeden přijímající výpočet.

Vlastnosti $\mathcal{UL}$

- $\mathcal{L} \subseteq \mathcal{UL} \cap \text{co-}\mathcal{UL}$
- $\mathcal{UL} \subseteq \mathcal{NL}$

Otevřený problém

$$\mathcal{NL} \stackrel{?}{=} \mathcal{UL}$$

- Cíl je ukázat, že problém dosažitelnosti v orientovaném grafu patří do $\mathcal{UL}$

Děkuji za pozornost