

TECHNICKÉ APLIKACE A MATEMATICKÉ MODELÝ VE VÝUCE MATEMATIKY

František Bubeník¹

Abstrakt:

Příspěvek se zabývá problematikou zařazení technických aplikací ve výuce matematiky na FSv ČVUT Praha, efektivností a vhodností jejich výběru do výuky a do učebních textů.

1. Obecná charakteristika problematiky

Matematika na fakultě stavební, stejně jako na všech vysokých školách technického zaměření, patří mezi základní teoretické předměty v systému předmětů zařazených ve studijních programech a je to významný předmět v úvodu studia.

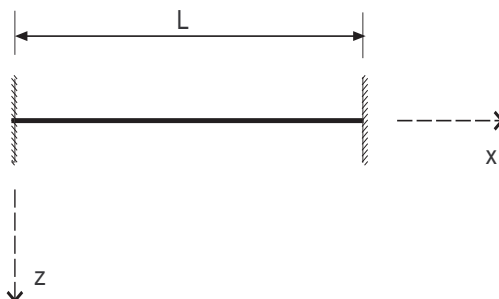
V základních kurzech matematiky je zařazen, mimo jiné, obvyklý základní kalkulus z různých partií matematiky. Na katedře matematiky stavební fakulty se už dlouhou dobu zabýváme otázkou jaké aplikační úlohy a v jaké míře je vhodné zařazovat do výuky základních kurzů matematiky. Na tuto otázku není jednoznačná odpověď.

Vzhledem k diverzifikaci středních škol přicházejí studenti na stavební fakultu s rozdílnou úrovní znalostí z matematiky. Základní kalkulus je v prvním semestru teprve průběžně probírán a studenti nemají ještě dostatečné znalosti ze studovaného oboru v profilových předmětech, tedy aplikační úlohy většinou v předmětu Matematika 1 zařazovány nejsou.

Ve druhém semestru je už vhodné zařazovat problémově orientované úlohy, aby se studenti mohli lépe orientovat v aplikovatelnosti probíraných partií matematiky. V předmětu Matematika 2 jsou probírány jako hlavní partie: integrální počet funkcí jedné reálné proměnné, funkce více proměnných a obyčejné diferenciální rovnice prvního řádu. Tyto partie poskytují možnosti pro různé typy aplikačních úloh.

1.1. Vybrané aplikace

Na ukázkou si uveďme jednu z aplikačních úloh např. na užití určitého integrálu, se kterou se studenti setkávají při vyšetřování průhybu nosníků. Uvažujme nosník délky L . Zatížení i průhyb jsou považovány za kladné směrem dolů, jak je znázorněno na obr. 1. Průhyb je znázorněn na obr. 2. Značení a orientace souřadnicových os, jak je uvedeno, je běžně užíváno v předmětech stavební mechaniky.



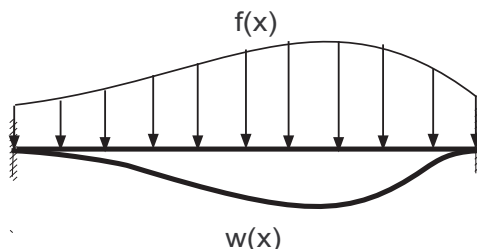
Obr. 1: Nosník na obou koncích vetknutý

¹ Katedra matematiky, FSv ČVUT Praha, Thákurova 7, Praha 6, bubenik@mat.fsv.cvut.cz

Mezi průhybem w a intenzitou spojitého zatížení f platí známý vztah,

$$EIw^{(4)}(x) = f(x), \quad w(0) = 0, w(L) = 0, w'(0) = 0, w'(L) = 0,$$

který je detailně probírán v předmětech stavební mechaniky. Okrajové podmínky jsou vzhledem k zadání úlohy homogenní. Veličina EI je tzv. ohybová tuhost průřezu, tj. součin Youngova modulu pružnosti a momentu setrvačnosti průřezové plochy.



Obr. 2: Funkce popisující průhyb nosníku

Úloha je: ukázat, že pro každou funkci u , spojitou až do druhé derivace u'' a splňující dané okrajové podmínky na daném intervalu, platí rovnost

$$\int_0^L EIw''(x)u''(x)dx = \int_0^L f(x)u(x)dx.$$

Jde o jednoduché použití dvakrát integrace per partes. Rovnice je interpretována jako rovnost tzv. virtuální práce vnějších a vnitřních sil. Tato a další aplikace jsou zařazeny ve skriptech [1].

V citovaných skriptech jsou také uvedeny problémově orientované úlohy na obyčejné diferenciální rovnice. Ale do výuky je možné zařadit i jiné modelové úlohy vedoucí na vhodné typy diferenciálních rovnic, jako např.: Dráha přímočarého pohybu je popsána funkcí, např. v závislosti na kvadrátu času,

$$s(t) = \frac{1}{2}a(t)t^2 + v_0(t - t_0), \quad t \geq t_0, t_0 > 0.$$

Úloha je: určit tuto funkci tak, pokud existuje, aby okamžitá rychlost v čase t byla rovna předepsané funkci $f = f(t)$. Tato úloha vede na lineární diferenciální rovnici 1. řádu s nekonzstantními koeficienty

$$a'(t)t^2 + 2a(t)t = 2(f(t) - v_0), \quad a(t) = \frac{2}{t^2} \int f(t)dt - \frac{2v_0}{t},$$

jejímž řešením, určeným standardním postupem pro tento typ rovnic, je výše uvedená funkce $a = a(t)$. Volbou f , počátečních podmínek a v_0 je možné analyzovat různá řešení, včetně grafických výstupů, např. je možné dostat též dráhu volného pádu.

2. Závěr

Závěrem lze říci, že je užitečné zařazovat vybrané aplikace a problémově orientované úlohy do základních kurzů matematiky a to již od druhého semestru. Přitom s detailním technickým významem použitých pojmů se studenti seznámí v předmětech, jejichž náplní je příslušná problematika. Zařazené vybrané aplikace jsou ve skriptech [1].

Literatura

- [1] BUBENÍK, F.: *Matematika 2*. Praha, Nakladatelství ČVUT, 2006, ISBN 80-01-03535-2.