

# METÓDY ZOBRAZOVANIA V GEODÉZII A KARTOGRAFII

Margita Vajsáblová<sup>1</sup>

## Abstrakt:

Riešenie úloh geodézie a kartografie je často založené na aplikáciách matematiky a geometrie. V tomto príspevku ukážeme geometrické základy fotogrametrie a kartografie a s nimi súvisiace témy, ktoré sú obsahom predmetu Metódy zobrazovania pre študijný program Geodézia a kartografia na Stavebnej fakulte STU v Bratislave. Hlavným cieľom príspevku je stručný prierez obsahom predmetu s poukázaním na interdisciplinárne aspekty, motiváciu, práce študentov a používané počítačové prostredie.

## 1. Úvod

Predmet Metódy zobrazovania vyučovaný v 1. ročníku bakalárskeho štúdia odboru Geodézia a kartografia nadväzuje svojím obsahom na predmet Deskriptívna geometria, avšak jeho obsah tvoria aplikácie geometrie v geodézii a kartografii. Predmet je zaradený do skupiny odborných predmetov a jeho úlohou je oboznámiť študenta s geometrickými základmi fotogrametrie a kartografie, ukázať interdisciplinárne aspekty tejto problematiky s využitím nástrojov syntetickej a analytickej geometrie. Vyššia odbornosť študenta v týchto oblastiach je ďalej rozvíjaná predmetoch bakalárskeho a inžinierskeho štúdia špeciálne zameraných na problematiku fotogrametrie a kartografie.

Metódy zobrazovania v geodézii a kartografii je možné rozčleniť do základných kapitol:

1. Lineárna perspektíva
2. Dvojstredové premietanie
3. Geometrické základy fotogrametrie
4. Cylindrická a kónická perspektíva
5. Geometrické základy kartografie

## 2. Lineárna perspektíva

Lineárna perspektíva ako zobrazovacia metóda tvorí základ geometrických vlastností snímok. V definícii základných pojmov lineárnej perspektívy je vhodné pripraviť študentov na súvislosti s fotografiou, a tiež vlastnosti obrazu reálnych objektov ukázať na vhodných fotografiách (obr. 1).

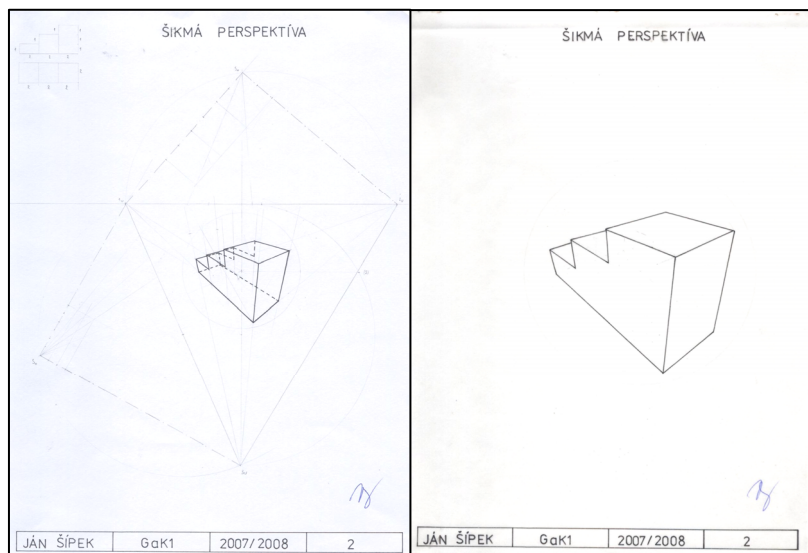


Obr. 1: Zvislá a šikmá snímka ako ukážky lineárnej perspektívy objektov

---

<sup>1</sup> Katedra matematiky a deskriptívnej geometrie, Stavebná fakulta, Slovenská technická univerzita, Radlinského 11, 813 68 Bratislava, SR, [margita.vajsablova@stuba.sk](mailto:margita.vajsablova@stuba.sk)

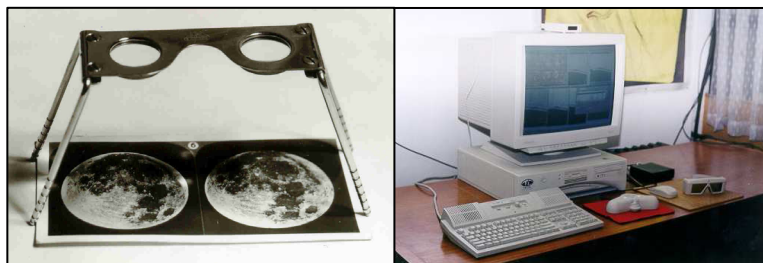
Na konštrukciu obrazu objektu v lineárnej perspektíve sme sa zamerali na voľné metódy, a to v zvislej perspektíve na metódy štvorcových sietí a v šikmej perspektíve na trojúbežníkovú metódu. Na obr. 2 je ukážka študentskej práce, na ktorej je obraz objektu v šikmej vtácej perspektíve trojúbežníkovou metódou, kde vpravo na priesvitke je zväčšený obraz objektu.



Obr. 2: Študentská práca: Šikmá perspektíva objektu

### 3. Dvojstredové premietanie

Z hľadiska spracovania obrazu z viacerých snímok, je nutné sa oboznámiť so základnými pojmami dvojstredového premietania (uzlové body, združené základné priamky, uzlové roviny), a tiež špeciálne s normálnym stereoskopickým zobrazovaním, prirodzeným a umelým stereoskopickým videním [1]. Aplikácie dvojstredového premietania majú skutočne veľmi široký záber, a to anaglyfy, stereogramy, technológie založené na polarizačných filtroch, ktoré sú používané v 3D kinách, a tiež stereoskopy na pozorovanie stereoskopických dvojíc vo fotogrametrii (obr. 3 vľavo). V súčasnosti sú na vyhodnotenie fotogrametrických údajov používané digitálne stereoskopické stanice (obr. 3 vpravo).

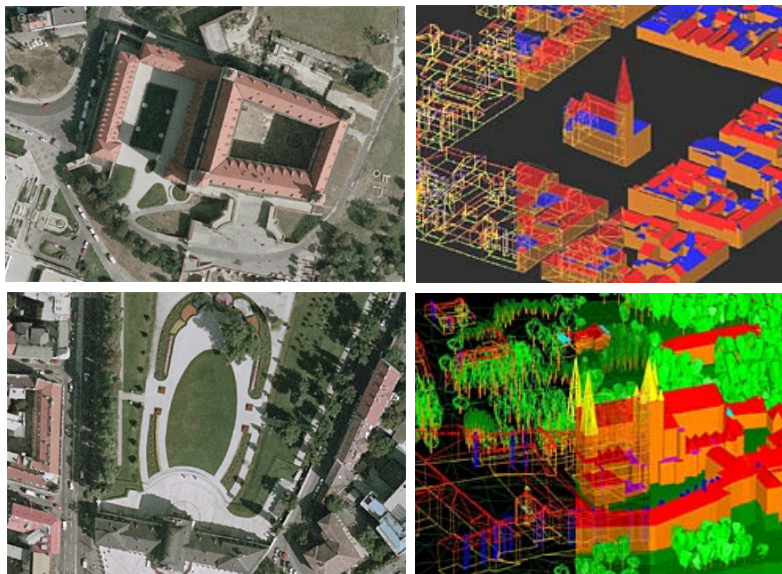


Obr. 3: Šošovkový stereoskop a digitálna stereoskopická stanica ImageStation.

### 4. Geometrické základy fotogrametrie

Úloha fotogrametrie je tvorba pravouhlých priemetov objektov zo známych fotografických snímok. Aplikácia fotogrametrie sa z dôvodu počítačových aplikácií rozširuje. Na obr. 4 je vľavo ukážka ortofotomapy Bratislavy a vpravo 3D model

zástavby mesta, ktorý bol vytvorený z leteckého snímkovania a stereometrického vyhodnotenia snímok.



**Obr. 4:** Ortofotomapa Bratislavy a 3D model zástavby mesta,  
©GEODIS SLOVAKIA s.r.o.

Projekcia na snímke je považovaná za stredový priemet (dierková komora), kde pri ideálnom optickom zobrazení nahrádzajú projekčné centrum dva uzlové body objektívu, avšak fotogrametria používa ako projekčné centrá stredy vstupnej a výstupnej pupily objektívu. Pri fotografovaní veľkých priestorových objektov a terénu je fotoaparát zaostrený na nekonečno, teda rovina snímky (filmu) je v obrazovej ohniskovej rovine, teda konštanta komory je rovná ohniskovej vzdialenosti  $f$ . Charakteristika pojmov a metód fotogrametrie je spracovaná v [2], preto uvedieme len stručný popis obsahu v predmete Metódy zobrazovania.

V pochopení pojmov v tejto oblasti je dôležité ukázať na súvislosti pojmov používaných v deskriptívnej geometrii, optike a fotogrametrii, a tiež poznať nástroje analytických a syntetických metód. K základným pojmom fotogrametrie patria prvky vnútornej a vonkajšej orientácie snímky, súradnicové sústavy - objektová a snímková, ich transformácie a výpočet priestorových súradníc bodu zo snímkových súradníc.

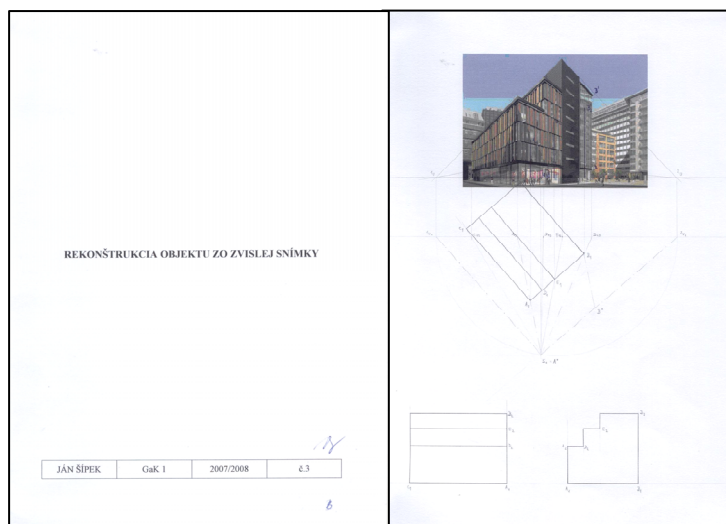
Projektívne vlastnosti snímky sú využívané nielen na rekonštrukciu objektov, ale hlavne vo viacsnímkovvej fotogrametrii na doplnenie prvkov do snímky prenášaním dvojpomeru, príp. metódou projektívnych sietí. Z tohto pohľadu sú potrebné poznatky o dvojpomere usporiadanej štvorice bodov na priamke, usporiadanej štvorice priamok zväzku, poznať definície perspektivity, projektivity, harmonickej štvorice.

Základným princípom dvojsnímkovvej fotogrametrie je prieseková metóda (tzv. metóda pretínania napred). Stereofotografie rozlišujeme podľa polohy osí záberu, a to: normálne stereoskopické snímky, rovnobežné stočené snímky, konvergentné a všeobecné.

Rekonštrukcia prvkov vnútornej orientácie, teda hlavného bodu  $H$  a ohniskovej vzdialenosti  $f$ , sa používa hlavne v jednosnímkovvej fotogrametrii. Podmienkou na rekonštrukciu prvkov vnútornej orientácie je nutnosť poznať na snímke 3 páry úbežníkov takých smerov, ktorých uhly sú známe, pričom z každého páru je aspoň

jeden úbežník vlastný a aspoň jeden zo všetkých známych úbežníkov neleží s ostatnými na jednej priamke.

Jednosnímková fotogrametria sa používa hlavne na fotoplány fasád, príp. krajiny. Na rekonštrukciu objektov zo zvislej, príp. šikmej snímky je nutné tiež poznať údaje o objektoch na snímke, teda niektoré uhly a dĺžky. Z pohľadu geometrického je pri rekonštrukcii dôležité chápať pojmy lineárnej perspektívy. Na obr. 5 je práca študenta, kde urobil rekonštrukciu základných obrysov objektu zo zvislej snímky.



Obr. 5: Práca študenta z rekonštrukcie objektu zo zvislej snímky.

## 5. Cylindrická a kónická perspektíva

Aplikácie cylindrickej perspektívy je možné nájsť v kultúre a umení (panoramatické kiná, panoramatické obrazy), na panoramatických snímkach, ktoré sa v súčasnosti vyrábajú z digitálnych fotografií. Znalosť pojmov z cylindrickej a kónickej perspektívy a obrazov objektov je dôležitá v kartografii, a to na zobrazovanie referenčnej plochy na valcovú a kužeľovú plochu.



Obr. 6: Panoramatická snímka a práca študenta z obrazu objektu v cylindrickej perspektíve.

Na obr. 6 je ukážka panoramatickej snímky a práce študenta z obrazu objektu v cylindrickej perspektíve. Problematika cylindrickej a kónickej perspektívy a ich aplikácií je spracovaná v [3].

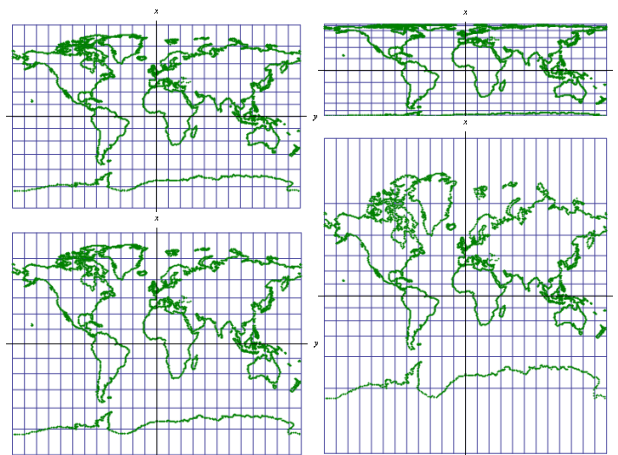
## 6. Geometrické základy matematickej kartografie

Matematická kartografia zahŕňa teóriu kartografických zobrazení, ich tvorbu, skreslenia prvkov a ďalšie špeciálne úlohy. Viaceré typy kartografických zobrazení majú geometrickú podstatu, v kombinácii s jednoduchými výpočtami sú

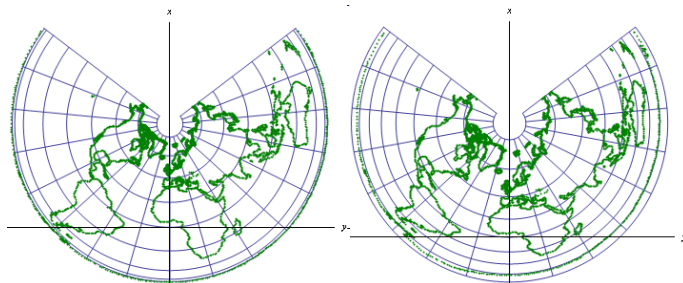
konštruovateľné. Významnú kategóriu tvoria premietania referenčnej plochy do roviny (azimutálne projekcie), na valcovú a kužeľovú plochu (cylindrické a kónické projekcie)[ ]. V predmete Metódy zobrazovania si študent osvojí základné pojmy (referenčné plochy, súradnicové sústavy, klasifikáciu kartografických zobrazení), princípy, vlastnosti a obraz zemepisnej siete v cylindrických, kónických a azimutálnych projekciách, v pseudocylindrických a polykónických zobrazeniach.

Azimutálne projekcie patria k najznámejším kartografickým zobrazeniam, ich história siaha do starého Grécka. Podľa spôsobu premietania sú známe - ortografická, stereografická, gnómonická a externá projekcia a podľa polohy priemetne – pólóvá, rovníková a všeobecná. Aplikácie týchto projekcií sú okrem kartografie aj v iných odboroch. Stereografická projekcia, ktorá zachováva uhly, sa používa v matematike komplexnej roviny, či v modeloch neeuklidovskej geometrie, a tiež v kryštalografii, astronómii, v umení a pod. [4]. Obraz zemepisnej siete v gnómonickej projekcii sa používa napr. na slnečných hodinách.

Cylindrické projekcie sa podľa polohy stredu premietania rozdeľujú na dva typy, a to s tzv. pevným stredom ležiacim na zemskej osi a s tzv. pohyblivým stredom, ktorý leží v rovine rovníka a z každej polohy zobrazuje poludník ležiaci v opačnej polrovine vzhľadom na os. Príklady známych cylindrických projekcií vykreslených v prostredí Mathematica 6.0 sú na obr. 7.



**Obr. 7:** Obraz zemepisnej siete v cylindrických projekciách – Braunovej, Gallovej, Lambertovom izocylindrickom a Mercatorovom modifikovanom zobrazení.

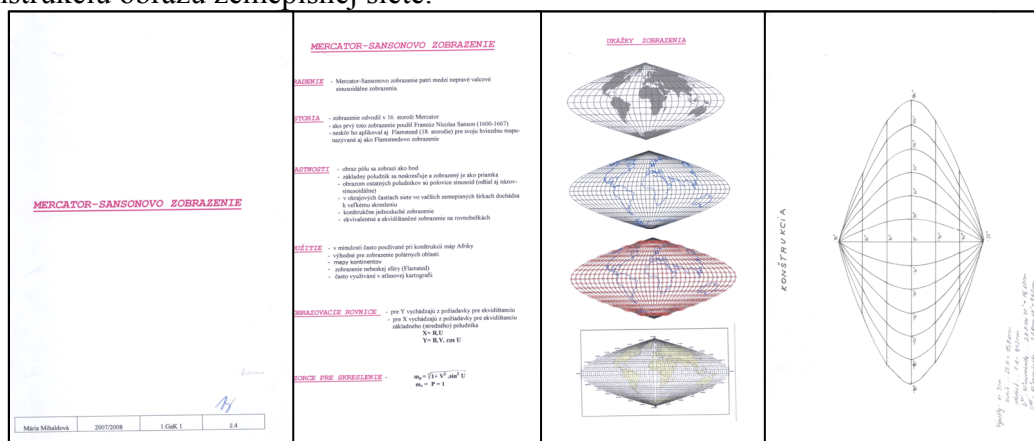


**Obr. 8:** Obraz zemepisnej siete v kužeľových projekciách.

Kónické projekcie sa podľa polohy stredu premietania rozdeľujú na tri typy, a to s tzv. pevným stredom ležiacim na zemskej osi, s tzv. pohyblivým stredom, ktorý leží v rovine rovníka a z každej polohy zobrazuje poludník ležiaci v opačnej polrovine

vzhľadom na os, a tiež na projekcie s pohyblivým stredom, ktorý leží v rovine rovnobežkovej kružnice. Príklady kónických projekcií vykreslených pomocou zobrazovacích rovníc podľa [6] v prostredí Mathematica 6.0 sú na obr. 8.

Nepravé a polykónické zobrazenia patria k zobrazeniam, ktoré je možné konštruovať a majú zaujímavé geometrické vlastnosti. Na obr. 9 je ukážka študentskej práce na tému nepravé zobrazenia, kde študent popisuje teóriu Mercator-Sansonovho zobrazenia, uvádza ukážky obrazu siete vytvorených pomocou rôznych softvérov, a tiež vlastnú konštrukciu obrazu zemepisnej siete.



Obr. 9: Práca študenta z obrazu zemepisnej siete v nepravých zobrazeniach.

## 7. Záver

Zobrazovanie v geodézii je veľmi široká, preto tento článok poskytuje iba stručné informácie o tejto problematike. Prezentácie na spomenuté témy sú publikované v e-learningovom systéme moodle na stránke: [www.math.sk/moodle](http://www.math.sk/moodle) ako kurz s názvom Metódy zobrazovania [5].

## Pod'akovanie

Príspevok vznikol za podpory grantovej výskumnej úlohy VEGA 1/4026/07.

## Literatúra

- [1] VAJSÁBLOVÁ, M.: Stereoskopické videnie, In: *Proceedings of Symposium on Computational Geometry 2000*, Kočovce, 2000. ISBN 80-227-14587-7. s.146-151.
- [2] VAJSÁBLOVÁ, M.: Geometrické základy fotogrametrie. In: *Konferencia VŠTEZ 2004*, Rožňava, 2004. ISBN 80-8070-287-X. s. 349-360.
- [3] VAJSÁBLOVÁ, M., Cylindrická a kónická perspektíva. In: *Zborník VII. Vedeckej konferencie Stavebnej fakulty v Košiciach*, Košice, 2002. ISBN 80-7099-812-1. s. 85-90.
- [4] VAJSÁBLOVÁ, M.: Interdisciplinárne aspekty stereografickej projekcie. In: *Zborník 26. Konferencie o geometrii a počítačové grafice*. Nové Město na Moravě, 2006. ISBN 80-7040-902-9. s. 283 - 288.
- [5] VAJSÁBLOVÁ, M.: Nástroje systému moodle vhodné pre výučbu geometrie. In: *Proceedings of Symposium on Computational Geometry 2006*. Kočovce, 2006. ISBN 80-227-2489-0. s. 148-153.
- [6] VAJSÁBLOVÁ, M.: Kuželové projekcie. In: *Proceedings of Symposium on Computational Geometry 2007*. Kočovce, 2007. ISBN 80-227-22734-0 s. 128-135.