Cvičení 1
Vlastnosti elementárních funkcí, definiční obory, obory hodnot, grafy funkcí, inverzní funkce, cyklometrické funkce, periodická funkce, složená funkce a polynomická funkce.

Opakování. **Načrtněte graf funkce *f*, pro kterou platí:**

a) $D_f = \boldsymbol{R}, H_f = \langle -1, 1 \rangle$,

b) $D_f = (-1, 1), H_f = \boldsymbol{R}$,

c) $D_f = (-\infty, -1\rangle \cup \langle 1, +\infty)$, f je sudá funkce,

d) $D_f = (-\infty, -1\rangle \cup \{0\} \cup \langle 1, +\infty)$, f je lichá funkce.

1) **Určete definiční obor, obor hodnot a graf funkcí:**

$y=\arcsin x$, $y=\arcsin \frac{x}{2}$, $y=\arcsin\left(\frac{x}{2}+1\right)$, $y=1+\arcsin\left(\frac{x}{2}+1\right)$.

2) **Určete definiční obor, obor hodnot a graf funkcí:**

$y=\operatorname{arctg} x$, $y=\operatorname{arctg}\left(\frac{x}{2}+1\right)$, $y=1+\operatorname{arctg}\left(\frac{x}{2}+1\right)$, $y=2\operatorname{arctg}\left(\frac{x}{2}+1\right)$.

3) **Ukažte, že funkce** $f(x) = \arccos(\ln x)$ **je klesající. Určete její definiční obor a obor hodnot.**

4) **Rozhodněte, zda je funkce *f* periodická a pokud ano, určete její primitivní periodu:**

a) $f(x) = \sin^2 x$, b) $f(x) = \sin x^2$, c) $f(x) = \sec(x+\pi)$, d) $f(x) = \operatorname{cotg} \sqrt[3]{2x}$,
e) $f(x) = \sqrt[3]{\operatorname{cotg} 2x}$, f) $f(x) = \sin x + \sin 2x + \sin 3x$.

5) **Jsou dány funkce *f, g, h*. Určete** $f \circ g \circ h$, $h \circ g \circ f$.

a) $f(x)=x^2$, $g(x)=x-3$, $h(x)=e^x$

b) $f(x)=\sin x$, $g(x)=4x$, $h(x)=x^2$

6) **Je dána funkce** $w = f \circ g$. **Určete funkci *f* a funkci *g*.**

a) $w(x) = (x-5)^5$, b) $w(x) = \frac{1}{x+3}$, c) $w(x) = \sin(3x-5)$, d) $w(x) = \ln(2+3x)$,
e) $w(x) = \operatorname{tg}\left(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{4}\right)$.

7) **Podle věty o možných racionálních kořenech polynomu dokažte, že polynom** $p(x) = 4x^4+9x^3-26x^2+9x+4$ **má kořeny** -4, -1/4, 1, 1. **Zapište *p(x)* v součinovém tvaru.**

8) **Podle věty o možných racionálních kořenech polynomu dokažte, že polynom** $p(x) = x^5+2x^4-x-2$ **má kořeny** -2,-1, 1, i, -i. **Zapište *p(x)* v součinovém tvaru.**

9) **Zapište polynom *p(x)* s reálnými koeficienty v součinovém tvaru, jestliže víte, že**

a) $p(x)$ je pátého stupně, čísla a, $b+ci$ jsou všechny jeho jednoduché kořeny a číslo d je jediný vícenásobný kořen.

b) $p(x)$ je třetího stupně a číslo $a+bi$ je jeho kořen.

c) $p(x)$ je šestého stupně a nemá jednoduché kořeny, čísla $a+bi$, c jsou vícenásobné kořeny.

Domácí cvičení 1 – Polynomy:
V úloze b) Určete Lagrangeův a Newtonův interpolační polynom pro trojici bodů.

1.a) Do jednoho obrázku zakreslete graf Legendreova polynomu P_3 a funkce $T(x)=1-P_3(x)$.
b) $[0.5;0.531]$, $[0.6;0.077]$, $[0.7;-0.331]$.

2. a) Do jednoho obrázku zakreslete graf Legendreova polynomu P_4 a funkce $T(x)=\frac{1}{2}P_4(x)$.
b) $[0.8;-0.672]$, $[0.6;0.077]$, $[0.7;-0.331]$.

3. a) Do jednoho obrázku zakreslete graf Legendreova polynomu P_2 a fce $T(x)=P_2(x+1)$.
b) $[0.8;-0.672]$, $[0.9;0.437]$, $[0.7;-0.331]$.

4. a) Do jednoho obrázku zakreslete graf Legendreova polynomu P_4 a funkce $T(x)=|P_4(x)|$.
b) $[0.8;-0.672]$, $[0.9;0.437]$, $[1.0;-0.909]$.

5. a) Do jednoho obrázku zakreslete graf Legendreova polynomu P_3 a funkce $T(x)=P_3(|x|)$.
b) $[0.9;0.437]$, $[1.0;0.045]$, $[1.1;-0.909]$.

6. a) Do jednoho obrázku zakreslete graf Legendreova polynomu P_4 a funkce $T(x)=2P_4(x)$.
b) $[0.5;0.531]$, $[0.9;0.437]$, $[0.7;-0.331]$.

7. a) Do jednoho obrázku zakreslete graf Legendreova polynomu P_3 a fce $T(x)=P_3(x-1)$.
b) $[0.8;-0.672]$, $[0.6;0.077]$, $[1.0;0.045]$.

8. a) Do jednoho obrázku zakreslete graf Legendreova polynomu P_2 a funkce $T(x)=P_2(|x|)$.
b) $[0.9;0.437]$, $[1.1;-0.909]$, $[0.7;-0.331]$.

9. a) Do jednoho obrázku zakreslete graf Legendreova polynomu P_3 a funkce $T(x)=2P_3(-x)$.
b) $[0.5;0.531]$, $[0.8;-0.672]$, $[1.1;-0.909]$.

10. a) Do jednoho obrázku zakreslete graf Legendreova polynomu P_2 a fce $T(x)=\frac{1}{4}P_2(x)$.
b) $[0.5;0.531]$, $[0.6;0.077]$, $[0.9;0.437]$.

11. a) Do jednoho obrázku zakreslete graf Legendreova polynomu P_2 a fce $T(x)=P_2(x-1)$.
b) $[0.5;0.531]$, $[0.6;0.077]$, $[1.1;-0.909]$.

12. a) Do jednoho obrázku zakreslete graf Legendreova polynomu P_2 a funkce $T(x)=|P_2(x)|$.
b) $[0.5;0.531]$, $[1.1;-0.909]$, $[0.7;-0.331]$.

13. a)Do jednoho obrázku zakreslete graf Legendreova polynomu P_4 a funkce $T(x)=1-P_4(x)$.
b) $[0.5;0.531]$, $[0.8;-0.672]$, $[0.7;-0.331]$.

14. a) Do jednoho obrázku zakreslete graf Legendreova polynomu P_3 a funkce $T(x)=\frac{1}{2}P_3(x)$.
b) $[0.9;0.437]$, $[0.6;0.077]$, $[1.0;0.045]$.

15. a) Do jednoho obrázku zakreslete graf Legendreova polynomu P_3 a fce $T(x)=P_3(x+1)$.
b) $[0.9;0.437]$, $[0.6;0.077]$, $[1.1;-0.909]$.

16. a) Do jednoho obrázku zakreslete graf Legendreova polynomu P_2 a fce $T(x)=P_2(2x)$.
b) $[1.0;0.045]$, $[1.1;-0.909]$, $[0.7;-0.331]$.

17. a) Do jednoho obrázku zakreslete graf Legendreova polynomu P_3 a funkce $T(x)=|P_3(x)|$.
b) $[0.8;-0.672]$, $[1.0;0.045]$, $[0.7;-0.331]$.

18. a) Do jednoho obrázku zakreslete graf Legendreova polynomu P_3 a funkce $T(x) = P_3(2x)$.
    b) $[0.8;-0.672]$, $[1.1;-0.909]$, $[0.7;-0.331]$.
19. a) Do jednoho obrázku zakreslete graf Legendreova polynomu P_3 a fce $T(x) = P_3\left(\frac{x}{2}\right)$.
    b) $[0.8;-0.672]$, $[0.6;0.077]$, $[1.1;-0.909]$.
20. a) Do jednoho obrázku zakreslete graf Legendreova polynomu P_2 a fce $T(x) = P_2\left(\frac{x}{2}\right)$.
    b) $[0.5;0.531]$, $[0.8;-0.672]$, $[0.9;0.437]$.
21. a) Do jednoho obrázku zakreslete graf Legendreova polynomu P_4 a funkce $T(x) = P_4(|x|)$.
    b) $[0.6;0.531]$, $[0.5;-0.672]$, $[0.9;0.437]$.
22. a) Do jednoho obrázku zakreslete graf Legendreova polynomu P_2 a fce $T(x) = 1 + P_2(x)$.
    b) $[0.7;0.531]$, $[0.8;-0.672]$, $[0.5;0.437]$.
23. a) Do jednoho obrázku zakreslete graf Legendreova polynomu P_2 a fce $T(x) = 1 - P_2(x)$.
    b) $[1.0;0.531]$, $[0.8;-0.672]$, $[0.9;0.437]$.