Cvičení 7
Analytická geometrie.

Opakování. Doplňte: a) $|\vec{u}||\vec{v}|\cos\varphi =$, b) $|\vec{u}||\vec{v}|\sin\varphi =$

c) $\sqrt{\vec{u}\cdot\vec{u}} =$, d) $\vec{u}\cdot\vec{u} =$, e) $(\vec{u}+\vec{v})^2 =$

f) ΔABC : Souřadnice těžiště $T =$

1) Jsou dány body A=[-4,2,1], B=[1,2,3], C=[-5,0,1].

a) Vypočítejte délky stran trojúhelníka ABC.
b) Vypočítejte délky těžnic trojúhelníka ABC.
c) Vypočítejte délky výšek trojúhelníka ABC.
d) Vypočítejte velikosti vnitřních úhlů trojúhelníka ABC.
e) Vypočítejte souřadnice bodu U takového, aby $ABUC$ byl rovnoběžník.
f) Vypočítejte souřadnice bodu V takového, aby $AVBC$ byl rovnoběžník.

2.a) Středy podstav kosého kruhového válce jsou body S=[1,1,3], S'=[4, 9, 5]. Jedna podstava válce leží v rovině $2x$-$2y$-z+3=0. Vypočítejte délku výšky válce a napište rovnici přímky, na které leží.
2.b) Najděte rovinu, která je rovnoběžná s rovinou ABC , kde A=[-2,0,4], B=[4,6,1], C=[-2,6,7], a má od ní vzdálenost 3.

3) Najděte průsečík přímky $p: X = [3,2,1] + t(1,2,3),\, t \in R$ a roviny $\rho: 2x - y + 3z + 5 = 0$. Najděte rovinu kolmou k rovině ρ tak, aby zároveň obsahovala přímku p.

4) Dokažte, že přímka $p: X = [3,2,1] + t(9,3,-5),\, t \in R$ je rovnoběžná s rovinou $\rho: 2x - y + 3z + 5 = 0$. Najděte rovinu rovnoběžnou s rovinou ρ obsahující přímku p.

5) Určete kolmý průmět bodu A=[4,4,-1] do roviny $X = [2,1,3] + t(1,0,1) + u(1,1,2);\ t, u \in R$.

6.a) Určete kolmý průmět bodu A=[2,3,4] do přímky $X = [0,0,0] + t(1,1,1),\, t \in R$.
6.b) Vypočtěte vzdálenost bodu A=[3,1,-4] od přímky $X = [1,-6,-3] + t(2,4,3),\, t \in R$.
6.c) Vypočtěte vzdálenost bodu A=[0,1,0] od průsečnice rovin $x + y - z - 7 = 0$, $2x + 3y - 2z - 13 = 0$.

7) Vektory $\vec{u}, \vec{v}$ o velikostech $|\vec{u}| = 5$, $|\vec{v}| = 2$ mají odchylku 120°. Určete $(\vec{u} + 2\vec{v})^2$ a $(\vec{u} - 2\vec{v})^2$.

8.a) Určete odchylku rovin $x - 2y + 2z + 3 = 0$, $x + y - 4z = 0$.
8.b) Určete odchylku přímky AB, kde A=[3,-1,8], B=[0,2,-1] od roviny $2x - y + z - 3 = 0$.
8.c) Určete odchylku přímky $\dfrac{x-3}{1} = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z-2}{2}$ od roviny $2x - 5y + 5z = 0$.

Domácí cvičení 7 – Taylorův polynom a analytická geometrie (část 2).

a) Taylorův polynom: Bod, stupeň polynomu a přesnost volte sami vzhledem k možnému praktickému využití.

1. $f(x) = x + \sqrt{x}$, 2. $f(x) = \sqrt{x} + \sqrt[3]{x}$, 3. $f(x) = \frac{1}{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}$, 4. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt[3]{x}}$,

5. $f(x) = \sqrt[3]{x^2} - \frac{2}{\sqrt{x}}$, 6. $f(x) = \frac{1}{x} + \frac{2}{x^2}$, 7. $f(x) = \frac{2}{x^2} + \frac{3}{x^3}$, 8. $f(x) = \cos 2x - 4\sin x$,

9. $f(x) = \frac{1}{2}\sin 2x + 2\cos x$, 10. $f(x) = \sin^2 x + \cos 2x$, 11. $f(x) = tg\,\frac{x}{2} - \cot g\,\frac{x}{2}$,

12. $f(x) = e^x(x^2 - 2x + 2)$, 13. $f(x) = \ln\frac{1+x}{1-x}$, 14. $f(x) = \ln\sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$, 15. $f(x) = \ln\tan\frac{x}{2}$,

16. $f(x) = \ln\sqrt{x(x+1)}$, 17. $f(x) = \arcsin\sqrt{x}$, 18. $f(x) = \arctan\frac{1}{x+1}$,

19. $f(x) = arc\cot\frac{1}{\sqrt{x}}$, 20. $f(x) = \arccos\sqrt{2x}$, 21. $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$,

22. $f(x) = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$.

b) Analytická geometrie (část 2):

Vypočítejte velikost průmětu vektoru **u** do vektoru **v**:
1. **u** = (3,-1,2), **v** = (-1,2,3).
2. **u** = (2,5,1), **v** = (-1,2,3).
3. **u** = (1,-2,4), **v** = (-1,2,3).
4. **u** = (2,3,-2), **v** = (-1,2,3).
5. **u** = (4,-2,3), **v** = (-1,2,3).
6. **u** = (3,5,2), **v** = (-1,2,3).
7. **u** = (1,5,-2), **v** = (-1,2,3).
8. **u** = (5,2,1), **v** = (-1,2,3).

Průmětem vektoru **u** do vektoru **v** je vektor:
9. **u** = (3,-1,2), **v** = (-1,2,3).
10. **u** = (2,5,1), **v** = (-1,2,3).
11. **u** = (1,-2,4), **v** = (-1,2,3).
12. **u** = (2,3,-2), **v** = (-1,2,3).
13. **u** = (4,-2,3), **v** = (-1,2,3).
14. **u** = (3,5,2), **v** = (-1,2,3).
15. **u** = (1,5,-2), **v** = (-1,2,3).
16. **u** = (5,2,1), **v** = (-1,2,3).

Určete kolmý průmět bodu A do přímky *p*:
17. A = [3,-1,2], *p*: X = [2,5,1] + *t* (-1,2,3), $t \in R$.
18. A = [2,5,1], *p*: X = [1,-2,4] + *t* (-1,2,3), $t \in R$.
19. A = [1,-2,4], *p*: X = [2,3,-2] + *t* (-1,2,3), $t \in R$.
20. A = [2,3,-2], *p*: X = [4,-2,3] + *t* (-1,2,3), $t \in R$.
21. A = [4,-2,3], *p*: X = [3,5,2] + *t* (-1,2,3), $t \in R$.

22. A = [3,5,2], p: X = [1,5,-2] + t (-1,2,3), $t \in R$.
23. A = [1,5,-2], p: X = [3,-1,2] + t (-1,2,3), $t \in R$.