M1A: TEST 3/1

Otázka 1 (4 b.) Množinu všech lineárních kombinací vektorů $\boldsymbol{u} = (2, 1)$, $\boldsymbol{v} = (-4, -2)$ tvoří

a) všechny nenulové vektory z $\mathbf{R}^2$

b) všechny vektory z $\mathbf{R}^2$

c) všechny nenulové násobky vektoru $\boldsymbol{v}$

d) všechny násobky vektoru $\boldsymbol{u}$

e) vektory $\boldsymbol{u}$, $\boldsymbol{v}$, $\boldsymbol{u} + \boldsymbol{v}$, $\boldsymbol{u} - \boldsymbol{v}$

Otázka 2 (4 b.) Kterým z následujících vektorů musíme doplnit skupinu tří vektorů $\langle (1, 0, -2), (2, 4, 8), (3, 4, 6) \rangle$, abychom získali bázi vektorového prostoru $\mathbf{R}^3$?

a) $(-2, 0, 4)$

b) $(1, 0, 0)$

c) $(1, 4, 10)$

d) $(0, 5, 9)$

e) bázi nezískáme ani jednou z uvedených možností

Otázka 3 (8 b.) Pro která $a \in \mathbf{R}$ nemá následující soustava lineárních rovnic řešení?

$$\begin{aligned} x - y + z &= 0 \\ 2x - 2y + az &= a \\ y + z &= a \end{aligned}$$

a) $a = 1$

b) $a = 2$

c) $a = 3$

d) $a = -1$

e) má řešení pro každé $a \in \mathbf{R}$

Otázka 4 (8 b.) Určete hodnost matice $\begin{pmatrix} 1, & 2, & 3 \\ 2, & 4, & a \\ 3, & a^2 - 6a + 6, & 9 \end{pmatrix}$ v závislosti na parametru $a \in \mathbf{R}$.

a) $h = 1$ pro $a = 6$, $h = 2$ pro $a = 0$, $h = 3$ pro $a \notin \{0, 6\}$

b) $h = 1$ pro $a = 0$, $h = 3$ pro $a \neq 0$

c) $h = 1$ pro $a = 1$, $h = 3$ pro $a \neq 1$

d) $h = 2$ pro $a = 6$, $h = 3$ pro $a \neq 6$

e) $h = 2$ pro $a = -6$, $h = 3$ pro $a \neq -6$

[Správně: d – e – b – a]

M1A: TEST 3/2

Otázka 1 (4 b.) Vektor $(a, 3)$ je lineární kombinací vektorů $(-2, 4)$, $(1, -2)$ právě tehdy, když

a) $a = 3$
b) $a = -3$
c) $a = -\frac{3}{2}$
d) $a = -\frac{2}{3}$
e) $a \in \mathbf{R}$

Otázka 2 (4 b.) Určete všechna $a \in \mathbf{R}$, pro která má následující soustava lineárních rovnic právě jedno řešení!

$$\begin{aligned} x + ay &= 1 \\ 2x - y &= 2 \end{aligned}$$

a) pro každé $a \in \mathbf{R}$
b) $a = 1$
c) $a = -2$
d) $a \neq 3$
e) $a \neq -\frac{1}{2}$

Otázka 3 (8 b.) Vektor $(4, 2, 2)$ je prvkem lineárního obalu skupiny vektorů $\langle (1, 2, -3), (4, b, 2b), (3, 0, 5) \rangle$ právě tehdy, když

a) $b \in \mathbf{R}$
b) $b = 0$
c) $b \neq 0$
d) $b = \frac{20}{13}$
e) $b \neq \frac{20}{13}$

Otázka 4 (8 b.) Najděte matici inverzní k matici $\begin{pmatrix} 0, & 0, & 2 \\ 0, & 3, & -1 \\ 1, & 2, & -2 \end{pmatrix}$.

a) $\begin{pmatrix} -4, & 4, & -6 \\ -1, & -2, & 0 \\ -3, & 0, & 0 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} 4, & -4, & 6 \\ 1, & 2, & 0 \\ 3, & 0, & 0 \end{pmatrix}$

c) $-\dfrac{1}{6} \begin{pmatrix} 4, & -4, & 6 \\ 1, & 2, & 0 \\ 3, & 0, & 0 \end{pmatrix}$

d) $-\dfrac{1}{6} \begin{pmatrix} 4, & 4, & -6 \\ -1, & -2, & 0 \\ 3, & 0, & 0 \end{pmatrix}$

e) $\dfrac{1}{6} \begin{pmatrix} 4, & -4, & 6 \\ 1, & 2, & 0 \\ 3, & 0, & 0 \end{pmatrix}$

[Správně: c – e – a – e]

M1A: TEST 3/3

Otázka 1 (4 b.) Určete všechna $a \in \mathbf{R}$, pro která nemá následující soustava lineárních rovnic řešení!

$$\begin{aligned} x + 4y &= 2 \\ 3x + ay &= 1 \end{aligned}$$

a) $a = 1$

b) $a = 4$

c) $a = 12$

d) $a \neq 1$

e) soustava má řešení pro každé $a \in \mathbf{R}$

Otázka 2 (4 b.) Určete matici $\boldsymbol{X}$ tak, aby platilo $2\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}} - 2\boldsymbol{X} = -4\boldsymbol{B}$, jestliže $\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 2, & 1 \\ -3, & 0 \\ 1, & 2 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{B} = \begin{pmatrix} 1, & 2, & -4 \\ 0, & 5, & 1 \end{pmatrix}$.

a) $\boldsymbol{X} = \begin{pmatrix} 8, & 2 \\ 2, & 20 \\ -4, & 8 \end{pmatrix}$

b) $\boldsymbol{X} = \begin{pmatrix} 4, & 1 \\ 1, & 10 \\ -2, & 4 \end{pmatrix}$

c) $\boldsymbol{X} = \begin{pmatrix} 8, & 2, & -4 \\ 2, & 20, & 8 \end{pmatrix}$

d) $\boldsymbol{X} = \begin{pmatrix} 4, & 1, & -7 \\ 1, & 10, & 4 \end{pmatrix}$

e) $\boldsymbol{X} = \begin{pmatrix} -1, & 5, & -5 \\ -1, & 5, & -1 \end{pmatrix}$

Otázka 3 (8 b.) Vektor $(4, 9, b)$ je lineární kombinací vektorů $(2, 1, 4)$, $(-3, 2, -1)$, $(0, 7, 10)$ právě tehdy, když

a) $b = 18$

b) $b \neq 18$

c) $b = 0$

d) $b \neq 0$

e) $b \in \mathbf{R}$

Otázka 4 (8 b.) Bázi lineárního obalu skupiny vektorů $\langle(-1, -3, -7), (0, 1, 4)\rangle$ tvoří

a) vektor $(1, 3, 7)$

b) vektory $(2, 6, 14)$, $(1, 4, 11)$

c) vektory $(1, 3, 7)$, $(0, 0, 1)$

d) vektory $(-1, -3, -7)$, $(0, 1, 8)$

e) vektory $(1, 3, 7)$, $(0, 2, 8)$, $(0, 0, 1)$

[Správně: c – d – a – b]

M1A: TEST 3/4

Otázka 1 (4 b.) Vektor $(1,1)$ je prvkem lineárního obalu skupiny vektorů $\langle(-2,3),\ (4,b)\rangle$ právě tehdy, když

a) $b=-\frac{5}{2}$
b) $b=-6$
c) $b\neq-6$
d) $b\neq0$
e) $b\in\mathbf{R}$

Otázka 2 (4 b.) Vypočítejte $-3\boldsymbol{A}^2+2\boldsymbol{A}-\boldsymbol{E}$, jestliže $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}3, & 1\\ -2, & 1\end{pmatrix}$.

a) $\begin{pmatrix}26, & 14\\ -28, & -2\end{pmatrix}$
b) $\begin{pmatrix}-22, & -1\\ -16, & -2\end{pmatrix}$
c) $\begin{pmatrix}0, & -2\\ 4, & 4\end{pmatrix}$
d) $\begin{pmatrix}28, & 14\\ -28, & 0\end{pmatrix}$
e) $\begin{pmatrix}-16, & -10\\ 20, & 4\end{pmatrix}$

Otázka 3 (8 b.) Určete všechna $a\in\mathbf{R}$, pro která jsou vektory $(a,2,-4)$, $(2,1,4)$, $(2,1,-2a)$ lineárně závislé.

a) pro $a\in\emptyset$
b) pro $a=4$
c) pro $a=-2$
d) pro $a\in\{-2,4\}$
e) pro $a\in\{-4,2\}$

Otázka 4 (8 b.) Určete všechna $a\in\mathbf{R}$, pro která má následující soustava lineárních rovnic jediné řešení!

$$\begin{aligned}x-\ \ y+\ \ z&=0\\ 2x-2y+az&=a\\ y+\ \ z&=a\end{aligned}$$

a) $a\neq1$
b) $a\neq2$
c) $a=1$
d) $a=3$
e) pro každé $a\in\mathbf{R}$

[Správně: c – e – d – b]

M1A: TEST 3/5

Otázka 1 (4 b.) Určete všechna $a \in \mathbf{R}$, pro která má následující soustava lineárních rovnic nekonečně mnoho řešení!

$$\begin{aligned} x + 3ay &= 2 \\ 6x + 6y &= 12 \end{aligned}$$

a) $a = \frac{1}{3}$

b) $a = -1$

c) $a \neq 2$

d) $a = -2$

e) pro každé $a \in \mathbf{R}$

Otázka 2 (4 b.) Určete, pro kterou hodnotu parametru $a \in \mathbf{R}$ existuje inverzní matice k matici $\begin{pmatrix} 2, & 3, & 1 \\ 0, & a, & 2 \\ 2, & -1, & -1 \end{pmatrix}$.

a) $a \neq 0$

b) $a \neq 1$

c) $a \neq 4$

d) $a \neq 5$

e) pro žádné $a \in \mathbf{R}$

Otázka 3 (8 b.) Vektory $(-2, a+3, 4)$, $(1, 2, 6+2a)$, $(1, 2, 4)$ tvoří bázi vektorového prostoru $\mathbf{R}^3$ právě tehdy, když

a) $a \neq 1$

b) $a \neq -7$

c) $a \in (-\infty, 1) \cup (1, 7) \cup (7, +\infty)$

d) $a \in (-\infty, -7) \cup (-7, 1) \cup (1, +\infty)$

e) $a \in (-\infty, -7) \cup (-7, -1) \cup (-1, +\infty)$

Otázka 4 (8 b.) Dimenze lineárního obalu skupiny vektorů $\langle(-2, a+3, 4), (1, 2, 6+2a), (1, 2, 4)\rangle$ je rovna

a) dvěma pro $a = -1$, třem jindy

b) dvěma pro $a = -7$, třem jindy

c) dvěma pro $a \in \{-1, 7\}$, třem jindy

d) dvěma pro $a \in \{-7, -1\}$, třem jindy

e) třem pro $a \in \mathbf{R}$

[Správně: a – c – e – d]

M1A: TEST 3/6

Otázka 1 (4 b.) Kterým z následujících vektorů musíme doplnit skupinu dvou vektorů $\langle (2,-4,1),\ (-6,12,-3) \rangle$, abychom získali bázi vektorového prostoru $\mathbf{R}^3$?

a) $(0,0,1)$

b) $(1,1,1)$

c) $(3,4,6)$

d) $(1,4,-1)$

e) bázi nezískáme ani jednou z uvedených možností

Otázka 2 (4 b.) Určete všechna $a \in \mathbf{R}$, pro která je dimenze lineárního obalu skupiny vektorů $\langle (-3,a),\ (1,1),\ (3,a) \rangle$ rovna dvěma.

a) pro žádné a

b) pro $a \in \mathbf{R}$

c) pro $a = 0$

d) pro $a = 3$

e) pro $a = -3$

Otázka 3 (8 b.) Určete nutnou a postačující podmínku pro parametr $a \in \mathbf{R}$, aby pro řešení následující soustavy lineárních rovnic platilo, že $x \leqq 0$ a zároveň $y > 0$.

$$\begin{aligned} x - 2y &= 2a \\ 2x + 5y &= 1 \end{aligned}$$

a) $a \in (1,5)$

b) $a \in \langle \frac{3}{4}, \infty)$

c) $a \in \left(\frac{1}{2}, 10\right)$

d) $a \in (-\infty, -\frac{1}{5}\rangle$

e) pro žádné $a \in \mathbf{R}$

Otázka 4 (8 b.) Určete součin matic $\begin{pmatrix} 2, & -1, & 3 \\ 0, & 1, & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -2, & 1 \\ 0, & 2 \\ 1, & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2, & -1 \\ 3, & 0 \end{pmatrix}$.

a) $\begin{pmatrix} 2, & -1 \\ 3, & 0 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} -1, & -3 \\ 2, & 0 \end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} -11, & 1 \\ 4, & -2 \end{pmatrix}$

d) není definován

e) $\begin{pmatrix} -1, & 0, & 5 \\ 1, & 4, & 0 \end{pmatrix}$

$\left[\text{Správně: e – b – d – c}\right]$