Poznámky k výsledkům zkoušek z MM1G ve zkouškovém období ZS 2024/2025

Zkouška 7. 1. 2025 Účast 7: 1 B, 1 C, 1 E, 4 F (57 %)

[Doba opravování cca 3 člověkohodiny.]

Zkouška 14. 1. 2025 Účast 18: 4 A, 1 C, 5 D, 8 F (44 %)

[Doba opravování cca 5 člověkohodin.]

Asi nejhůře dopadl druhý příklad, mnozí se jej ani nepokusili řešit, přitom hledání průsečíku dvou křivek vychází ze stejné úvahy jako hledání průsečíku dvou přímek. Průsečík křivek leží jak na křivce c_1: $(x+1)(x+2)(x-2)+3-y=0$, tak na křivce c_2: $(x^2-1)+(x+1)^2+3-y=0$, jeho souřadnice y tedy vyhovuje rovnici $y=(x+1)(x+2)(x-2)+3=0$ křivky c_1 i rovnici $y=(x^2-1)+(x+1)^2+3$ křivky c_2. Odtud

$$\begin{aligned}
(x+1)(x+2)(x-2)+3 &= (x+1)^2+(x^2-1)+3\\
(x+1)(x+2)(x-2) &= (x+1)^2+(x+1)(x-1) \ \text{/vytkneme } x+1\text{/}\\
(x+1)(x+2)(x-2) &= (x+1)\big(x+1+x-1\big)\\
(x+1)(x+2)(x-2) &= 2(x+1)x \quad (\star)\\
(x+1)(x+2)(x-2)-2(x+1)x &= 0 \ \text{/vytkneme } x+1\text{/}\\
(x+1)\big((x+2)(x-2)-2x\big) &= 0\\
(x+1)\big(x^2-2x-4\big) &= 0 \quad\Rightarrow\quad x_1=-\sqrt{5}+1,\ x_2=-1,\ x_3=\sqrt{5}+1.
\end{aligned}$$

Získali jsme tři hledané kořeny, dále počítáme s $x_2=-1$. Směrnice křivky c_1 v bodě P je

$$k_1=f_1'(-1)=\big((x+2)(x-2)+(x+1)(x-2)+(x+1)(x+2)\big)\big|_{-1}=-3,$$

směrnice křivky c_2 v bodě P je je $k_2=f_2'(-1)=(4x+2)|_{-1}=-2$. Pak úhel (viz oficiální tahák)

$$\begin{aligned}
\alpha &= \operatorname{arctg}\left|\frac{k_1-k_2}{1+k_1k_2}\right| = \operatorname{arctg}\left|\frac{-3+2}{1+6}\right| = \operatorname{arctg}\frac{1}{7}\\
&= 0{,}1418970546\ [\text{rad}] = 8{,}130102352\ [\text{deg}]\,.
\end{aligned}$$

Pozor: Místo $(\star)$ svádí k dělení obou stran výrazem $x+1$

$$\begin{aligned}
(x+1)(x+2)(x-2) &= 2(x+1)x \quad (\star)\\
(x+2)(x-2) &= 2x\\
x^2-2x-4 &= 0,
\end{aligned}$$

kvůli němuž získáme jen kořeny $-\sqrt{5}+1$ a $\sqrt{5}+1$. Uvědomme si, že dělení v rovnosti $(\star)$ je možné jen tehdy, pokud nedělíme nulou. Je tudíž nutné uvážit, že může být $x+1=0$, tj. $x=-1$, a to je to třetí řešení.

Zkouška 21. 1. 2025 Účast 16: 1 A, 3 C, 2 D, 10 F (63 %)

[Doba opravování cca 5 člověkohodin.]

Obecně lze říci, že řešitelé měli největší potíže s prvním a s druhým příkladem, konkrétně s derivováním, bez něhož úspěšné řešení nebylo možné. Je zarážející, že po týdnech výuky, po „nalejvárnách" a při vědomí, že první blok příkladů vyžaduje znalost derivování, přijdou studující na zkoušku tak nepřipraveni.

Nebudu tady vysvětlovat derivování funkcí. Jen znovu (po kolikáté už?) dávám odkaz na

`https://is.muni.cz/do/sci/UMS/el/analyza/pages/opakovani.html`

s řešenými příklady. *Bez vlastní snahy se látku naučit vám žádné „nalejvání" nepomůže.*

Kromě derivování se v druhém příkladě vyskytly problémy i s dosazením a vyčíslením funkčních hodnot (mj. někteří počítali ve stupních místo v radiánech). Šlo o rovnici tečny grafu funkce $f(x) = x \arccos(\sqrt{x})$ v bodě $x = 1/4$ a rovnici normály grafu funkce $g(x) = \dfrac{\operatorname{arccotg} x^3}{x}$ v bodě $x = 1$.

Derivace elementárních funkcí, vztah pro derivování složené funkce i rovnice tečny a normály jsou uvedeny v taháku. Neměl by tedy být problém spočítat

$$\begin{aligned}
f'(x) &= \arccos\bigl(\sqrt{x}\bigr) - \frac{\sqrt{x}}{2\sqrt{1-x}},\\
f(1/4) &= \arccos(1/2)/4 = \pi/12,\\
f'(1/4) &= \arccos(1/2) - 1/(2\sqrt{3}) = \pi/3 - \sqrt{3}/6,\\
\text{tečna: } y &= \frac{\pi}{12} + \left(\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{6}\right)\left(x - \frac{1}{4}\right),\\
g'(x) &= \left(\frac{\operatorname{arccotg} x^3}{x}\right)' = -\frac{3x^2}{(1+x^6)x} - \frac{\operatorname{arccotg} x^3}{x^2} = -\frac{3x}{x^6+1} - \frac{\operatorname{arccotg} x^3}{x^2},\\
g(1) &= \operatorname{arccotg} 1 = \frac{\pi}{4},\\
g'(1) &= -\frac{3}{2} - \frac{\pi}{4},\\
\text{normála: } y &= \frac{\pi}{4} - \frac{1}{-\frac{3}{2} - \frac{\pi}{4}}(x-1) = \frac{\pi}{4} + \frac{4}{6+\pi}(x-1).
\end{aligned}$$

Zajímavá drobnost k prvnímu příkladu. Až snad na jednu výjimku byla nula považována za kladné číslo, protože naprostá většina řešitelů označila funkci za kladnou na celé reálné ose, přestože v bodě -1 měla funkce hodnotu nula.

Zkouška 29. 1. 2025 Účast 11: 1 A, 1 B, 1 D, 8 F (73 %)

[Doba opravování cca 4 člověkohodiny.]

Poměrně krátká doba opravování signalizovala, že obsah prací bude spíše skromný a výsledky chabé. Není to úplně průkazné, ale zdá se, že trochu hůře dopadlo řešení úloh prvního bloku.

K vyšetřování průběhu funkce máte odkaz z minulého týdne, k tomu se nebudu vracet.

Výpočet tečny grafu funkce $f(x) = x\sqrt{\dfrac{9}{2} - \cos^2 x}$ v bodě $\pi/4$ a normály grafu funkce $g(x) = \dfrac{\ln^3(x-3) + 2x}{x}$ v bodě $3 + \mathrm{e}$ činil potíže, protože ne všichni už zvládli techniku derivování a úprav výrazů:

$f'(x) = \sqrt{\frac{9}{2} - \cos^2 x} + x\frac{\cos x \ \sin x}{\sqrt{\frac{9}{2} - \cos^2 x}},$

$f(\pi/4) = \frac{\pi}{4}\sqrt{\frac{9}{2} - \frac{1}{2}} = \frac{\pi}{2},$

$f'(\pi/4) = 2 + \frac{\pi}{4}\frac{\frac{1}{2}}{2} = 2 + \frac{\pi}{16},$

$c_1 : y = \frac{\pi}{2} + \left(2 + \frac{\pi}{16}\right)\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$, kde c_1 je označení tečny a její rovnice je $y = \cdots,$

$g'(x) = \left(\frac{\ln^3(x-3)}{x} + 2\right)' = -\frac{\ln^3(x-3)}{x^2} + \frac{1}{x}\frac{3\ln^2(x-3)}{x-3},$[1]

$g(3+\mathrm{e}) = \frac{\ln^3 \mathrm{e} + 6 + 2\mathrm{e}}{3+\mathrm{e}} = \frac{7+2\mathrm{e}}{3+\mathrm{e}},$

$g'(3+\mathrm{e}) = -\frac{\ln^3 \mathrm{e}}{(3+\mathrm{e})^2} + \frac{1}{3+\mathrm{e}}\frac{3\ln^2 \mathrm{e}}{\mathrm{e}} \overset{\ln \mathrm{e}=1}{=} \frac{-\mathrm{e} + 3(3+\mathrm{e})}{\mathrm{e}(3+\mathrm{e})^2} = \frac{9+2\mathrm{e}}{\mathrm{e}(3+\mathrm{e})^2},$

$c_2 : y = \frac{7+2\mathrm{e}}{3+\mathrm{e}} - \frac{\mathrm{e}(3+\mathrm{e})^2}{9+2\mathrm{e}}(x - 3 - \mathrm{e}).$

Příklad s hranolem nedopadl úplně špatně, ale kupodivu mnohým dělal potíže. Určení roviny ρ, v níž leží trojúhelníková podstava ABC, se většinou dařilo: $\vec{v}_{AB} = B - A = (-2,-3,2)$ a $\vec{v}_{AC} = C - A = (-1,2,-1)$. Pak vektor $\vec{n} = \vec{v}_{AB} \times \vec{v}_{AB} = (-1,-4,-7)$ je kolmý na podstavu ABC stejně jako vektor $(1,4,7)$, jehož souřadnice použijeme jako koeficienty v obecné rovnici roviny $\rho : x + 4y + 7z + d = 0$. Z $C \in \rho$ dopočítáme d, takže $\rho : x + 4y + 7z - 30 = 0$ (zkouška: $A, B, C \in \rho$).

Z bodu $E = [2,-3,-2]$ se snadno spustí kolmice $q : \ X = [2,-3,-2] + t(1,4,7)$ na rovinu ρ a určí se souřadnice bodu $F = q \cap \rho$, který tedy leží jak v rovině ρ, tak na přímce q, tudíž pro nějaké $t \in \mathbb{R}$ platí

$$2 + t + 4(-3+4t) + 7(-2+7t) - 30 = 0 \ \Rightarrow \ -54 + 66t = 0 \ \Rightarrow \ t = \frac{54}{66} = \frac{9}{11}.$$

Potom $t = 9/11$ použijeme v rovnici přímky q a dostaneme $F = \left[\frac{31}{11}, \frac{3}{11}, \frac{41}{11}\right]$.

Vzdálenost $d(E,\rho)$ bodu E od ρ (tj. výška hranolu) je dle vztahu uvedeného v taháku

$$d(E,\rho) = \frac{|2 + 4(-3) + 7(-2) - 30|}{\sqrt{1^2 + 4^2 + 7^2}} = \frac{54}{\sqrt{66}} = \frac{9\sqrt{66}}{11}$$

nebo ji lze spočítat jako vzdálenost bodů E a F, tj. délku vektoru $\vec{v}_{EF} = F - E$.

Objem V hranolu je dán součinem výšky hranolu $d(E,\rho)$ a obsahu S trojúhelníka ABC. Ten zjistíme ze skalárního součinu vektorů $\vec{v}_{AB}$ a $\vec{v}_{AC}$, neboť číslo vyjadřující délku výsledného vektoru je zároveň číslem udávajícím obsah rovnoběžníka daného vektory $\vec{v}_{AB}$ a $\vec{v}_{AC}$, tj. dvojnásobkem obsahu S. Konkrétně

$$S = \frac{1}{2}\|\vec{v}_{AB} \times \vec{v}_{AC}\| = \frac{1}{2}\|(-1,-4,-7)\| = \frac{1}{2}\sqrt{66}.$$

Pak $V = d(E,\rho)S = \frac{9\sqrt{66}}{11}\frac{1}{2}\sqrt{66} = 27.$

[1] Zlomek definující funkci g byl nejprve upraven, tím se osamostatnila konstanta 2. Zlomek (po úpravě) byl derivován jako součin výrazů $1/x$ a $\ln^3(x-3)$. Výsledný výraz sice lze trochu upravit, ale nic podstatného se tím nezíská, postačí ho tedy ponechat v původním tvaru a v dalším kroku dosadit $x = 3 + \mathrm{e}$.

Příklad na ortogonalizaci vektorů se řešil podle schématu uvedeného v oficiálním taháku. Kdo takové úlohy potřebuje procvičit, nechť si vytvoří sadu vektorů a ortogonalizuje je. Ortogonálnost se snadno ověří skalárním součinem získaných ortogonálních vektorů, musí být nulový.

Značné nesnáze způsobila poslední úloha, zejména její poslední část — výpočet vektoru $\boldsymbol{Cw}$, kde $\boldsymbol{C} = 8\boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{A}^{-1} + 2\boldsymbol{A}^{-1} - \boldsymbol{A} - 3\boldsymbol{I}$, symbol $\boldsymbol{I}$ značí matici identity a $\boldsymbol{w} = (9, 0, 3)^{\mathrm{T}}$.

Všechny části úlohy se točily kolem vlastních čísel (a pak vlastních vektorů) matice $\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 1 \\ -1 & 8 & 2 \end{pmatrix}$. Výpočet vlastních čísel se leckdy nepovedl kvůli rozšířenému přesvědčení, že při úpravách výrazů je nejlepší hned vše roznásobit. Tím řešitelé dospěli ke kubickému polynomu v obecném tvaru, jehož kořeny pak nedokázali najít. Správná cesta vede přes vytýkání

$|\boldsymbol{A} - \lambda\boldsymbol{I}| = (2-\lambda)^3 - (2-\lambda) - 8(2-\lambda) = (2-\lambda)\big((2-\lambda)^2 - 9\big) = (2-\lambda)(\lambda^2 - 4\lambda - 5)$.

Charakteristická rovnice má kořeny $\lambda_1 = -1$, $\lambda_2 = 2$ a $\lambda_3 = 5$, což jsou hledaná vlastní čísla.

Výpočet vlastních vektorů probíhal standardně, tj. řešením homogenní soustavy $(\boldsymbol{A} - \lambda_i\boldsymbol{I})\boldsymbol{u}_i = (0, 0, 0)^{\mathrm{T}}$, $i = 1, 2$. Konkrétně

$$\begin{pmatrix} 3 & 0 & -1 \\ 0 & 3 & 1 \\ -1 & 8 & 3 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 3 & 0 & -1 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 24 & 8 \end{pmatrix} \Rightarrow \widehat{\boldsymbol{u}}_1 = \begin{pmatrix} 1/3 \\ -1/3 \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \boldsymbol{u}_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & 8 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \boldsymbol{u}_2 = \begin{pmatrix} 8 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix},$$

kde $\widehat{\boldsymbol{u}}_1$ je nějaké (za volný parametr je zvolena hodnota 1) řešení první soustavy, které je pak vynásobeno -3, aby byl splněn v zadání stanovený požadavek, že druhá souřadnice vlastního vektoru má být rovna jedné. Řešení druhé soustavy tuto podmínku splnilo bez následné úpravy.

Odvození vlastních čísel matice $\boldsymbol{C}$ vychází ze vztahů mezi vlastními čísly a vlastními vektory matice $\boldsymbol{A}$ a matice $\boldsymbol{A}^{-1}$, viz oficiální tahák. Vlastní čísla μ_1 a μ_2 matice $\boldsymbol{C}$ jsou

$$\mu_i = \frac{8}{\lambda_i^2} + \frac{2}{\lambda_i} - \lambda_i - 3, \text{ tj. } \mu_1 = 8 - 2 + 1 - 3 = 4,\ \mu_2 = 2 + 1 - 2 - 3 = -2.$$

Příslušné vlastní vektory zůstávají beze změny (viz oficiální tahák), tedy $\boldsymbol{u}_1$ a $\boldsymbol{u}_2$. Snadno zjistíme (v zadání byla i nápověda), že $\boldsymbol{w} = -\boldsymbol{u}_1 + \boldsymbol{u}_2$, tudíž (podle téže nápovědy)

$\boldsymbol{Cw} = -\boldsymbol{Cu}_1 + \boldsymbol{Cu}_2 = -\mu_1\boldsymbol{u}_1 + \mu_2\boldsymbol{u}_2 = -4(-1, 1, -3)^{\mathrm{T}} - 2(8, 1, 0)^{\mathrm{T}} = (-12, -6, 12)^{\mathrm{T}}$.

Zkouška 4. 2. 2025 Účast 12: 1 A, 2 C, 2 D, 2 E, 5 F (42 %)

[Doba opravování cca 3 člověkohodiny.]

Na poměry MM1G dobré výsledky. Neúspěšní řešitelé měli trochy více problémů s řešením úloh z lineární algebry a analytické geometrie (blok 2) než s průběhem funkce a s Taylorovým polynomem. Přitom ortogonalizace vektorů $\boldsymbol{a}_1 = (1, 1, 1, 0)$, $\boldsymbol{a}_2 = (1, 1, 0, 1)$, $\boldsymbol{a}_3 = (1, 0, 1, 1)$ byla snadná. Stačilo postupovat podle oficiálního taháku:

$$
\boldsymbol{q}_1 = \boldsymbol{a}_1 = (1,1,1,0),
$$

$$
\begin{aligned}
\widehat{\boldsymbol{q}}_2 &= \boldsymbol{a}_2 - \mathrm{proj}_{\boldsymbol{q}_1}(\boldsymbol{a}_2) = (1,1,0,1) - \frac{1+1+0+0}{1+1+1}(1,1,1,0)\\
&= (1,1,0,1) - \frac{2}{3}(1,1,1,0) = \frac{1}{3}(1,1,-2,3) \ \Rightarrow\ \boldsymbol{q}_2 = (1,1,-2,3)\\
\widehat{\boldsymbol{q}}_3 &= \boldsymbol{a}_3 - \mathrm{proj}_{\boldsymbol{q}_1}(\boldsymbol{a}_3) - \mathrm{proj}_{\boldsymbol{q}_2}(\boldsymbol{a}_3)\\
&= (1,0,1,1) - \frac{1+0+1+0}{3}(1,1,1,0) - \frac{1+0-2+3}{1+1+4+9}(1,1,-2,3)\\
&= (1,0,1,1) - \frac{10}{15}(1,1,1,0) - \frac{2}{15}(1,1,-2,3)\\
&= \frac{1}{15}(3,-12,9,9) = \frac{1}{5}(1,-4,3,3) \ \Rightarrow\ \boldsymbol{q}_3 = (1,-4,3,3).
\end{aligned}
$$

Vektor $\boldsymbol{v} = (1,2,3,-3)$ s vektory $\boldsymbol{a}_1$, $\boldsymbol{a}_2$ a $\boldsymbol{a}_3$ utvořil skupinu lineárně závislých vektorů, jak se zjistilo vyšetřením hodnosti matice sestavené z vektorů $\boldsymbol{a}_1$, $\boldsymbol{a}_2$, $\boldsymbol{a}_3$ a $\boldsymbol{v}$. Tudíž vektor $\boldsymbol{v}$ ležel v lineárním obalu vektorů $\boldsymbol{a}_1$, $\boldsymbol{a}_2$ a $\boldsymbol{a}_3$.

Určení roviny ρ dané body $A = [-1,2,-3]$, $B = [1,-1,-4]$, $C = [0,4,-1]$ bylo standardní: Definujeme $\vec{v}_{AB} = B - A = (2,-3,-1)$ a $\vec{v}_{AC} = C - A = (1,2,2)$. Pak $\vec{n} = \vec{v}_{AB} \times \vec{v}_{AB} = (-4,-5,7)$ a $\rho : 4x+5y-7z+d = 0$. Z $C \in \rho$ plyne $\rho : 4x+5y-7z-27 = 0$, zkouška dosazením souřadnic bodů do rovnice roviny ukáže, že $A, B, C \in \rho$.

Nesnadný nebyl ani úkol b), totiž nalezení vektorové rovnice přímky p, která je průnikem $\varrho \cap \sigma$, kde obecná rovnice roviny σ je $2x - y + 3z - 1 = 0$, a kontrola správnosti přímky p.

Bylo třeba vyřešit soustavu dvou rovnic o třech neznámých
$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & | & 1 \\ -4 & -5 & 7 & | & -27 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & | & 1 \\ 0 & -7 & 13 & | & -25 \end{pmatrix}$. Odtud $z = r$, $y = \dfrac{-25-13r}{-7} = \dfrac{25+13r}{7}$,
$x = \dfrac{1 - 3r + \frac{25+13r}{7}}{2} = \dfrac{7 - 21r + 25 + 13r}{14} = \dfrac{16-4r}{7}$, $r \in \mathbb{R}$.
Přímka p: $X = [16/7,\ 25/7,\ 0] + r(-4/7,\ 13/7,\ 1)$, $r \in \mathbb{R}$.
Hezčí vyjádření — zvolme $r = 4$, pak $D = [0,11,4] \in p$, dále zaveďme $r = 7t$. Dostaneme p: $X = [0,11,4] + t(-4,\ 13,7)$, $t \in \mathbb{R}$. Pro $t = 1$ bod $E = [-4,24,11] \in p$. Též platí $D, E \in \rho$ a $D, E \in \sigma$, přímka p tedy odpovídá průniku rovin.

Potíže způsobilo i vyšetření vzájemné polohy přímky p a přímky $q:\ X = F + s(2,4,3)$, kde $F = [8,6,3]$ a $s \in \mathbb{R}$. Přitom je ihned jasné, že směrový vektor přímky $q:\ X = [8,6,3] + s(2,4,3)$ se liší od směrového vektoru přímky $p:\ X = [0,11,4] + t(-4,\ 13,7)$, přímky tedy jsou různoběžné nebo mimoběžné. Jsou různoběžné právě tehdy, leží-li vektory $\vec{u} = [0,11,4] - [8,6,3] = (-8,5,1)$, $\vec{v} = (2,4,3)$ a $\vec{w} = (-4,13,7)$ v jedné rovině, tudíž například platí, že vektor $\vec{w}$ je kolmý na vektorový součin $\vec{u} \times \vec{v} = (-11,-26,42)$. Výpočtem se zjistí, že kolmost platí, přímky jsou různoběžné.

To lze také zjistit ze vztahu pro vzdálenost dvou přímek z oficiálního taháku (je nulová, tudíž se přímky protínají) nebo z lineární závislosti vektorů $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$.

Výpočet objemu čtyřstěnu $ABCF$ byl triviální, neboť podle oficiálního taháku je objem rovnoběžnostěnu daného vektory $\vec{v}_{AB}$, $\vec{v}_{AC}$ a $F-C$ dán absolutní hodnotou smíšeného součinu $\widehat{V}$ těchto vektorů a objem čtyřstěnu je roven jedné šestině objemu rovnoběžnostěnu. Smíšený součin je roven determinantu matice sestavené z vektorů $\vec{v}_{AB}$, $\vec{v}_{AC}$ a $F - C$, tj.

$$
\widehat{V} = \begin{vmatrix} 2 & -3 & -1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 8 & 2 & 4 \end{vmatrix} = 16 - 48 - 2 + 16 - 8 + 12 = -14,\ V = \left|\widehat{V}\right|/6 = 7/3.
$$

Zkouška 11. 2. 2025 Účast 14: 1 B, 2 C, 2 D, 9 F (64 %)

[Doba opravování cca 4 člověkohodiny.]

Počet hodnocení F je vyšší, než jsem čekal. Neúspěšní řešitelé doplatili zejména na to, že z některých příkladů nezískali ani bod, a to často v druhém bloku příkladů, jehož řešení se obvykle daří výrazně lépe než u prvního bloku. Další velké bodové ztráty byly zapříčiněny zásadními chybami při derivování.

Statistika zkoušky z MM1G, 2024/25

Na začátku semestru zapsáno studujících	63
Zápočtů uděleno	47 (75 %)
Klasifikováno	46
Zkoušku zdárně absolvovalo	34 (7 A, 3 B, 9 C, 12 D, 3 E)
Písemných prací opraveno	78
Relativní četnost úspěšných pokusů[2]	44 %
Ze zapsaných bylo úspěšných	54 %
Z klasifikovaných bylo úspěšných	74 %

Pro srovnání statistika zkoušky z MM1G, 2023/24:

Na začátku semestru zapsáno studujících	63
Zápočtů uděleno	46 (73 %)
Klasifikováno	38
Zkoušku zdárně absolvovalo	24 (1 A, 1 B, 3 C, 6 D, 13 E)
Písemných prací opraveno	75
Relativní četnost úspěšných pokusů	32 %
Ze zapsaných bylo úspěšných	38 %
Z klasifikovaných bylo úspěšných	63 %

Pro srovnání statistika zkoušky z MM1G, 2022/23:

Na začátku semestru zapsáno studujících	56
Zápočtů uděleno	45 (80 %)
Klasifikováno	44
Zkoušku zdárně absolvovalo	31 (1 A, 3 B, 4 C, 9 D, 14 E)
Písemných prací opraveno	83
Relativní četnost úspěšných pokusů	37 %
Ze zapsaných bylo úspěšných	55 %
Z klasifikovaných bylo úspěšných	70 %

[2] Podíl „Zkoušku zdárně absolvovalo“ a „Písemných prací opraveno“.