

- Q1. 1038.  $\int \int (x + 3y) dx dy$ . 1039.  $\int \int y^2 dx dy$ . 1040.  $-2\pi ab$ . 1041.  $-\frac{1}{4}(e^x + 1)$ .
1042.  $\frac{1}{12}\pi \ln 2$ . 1043.  $-\frac{3}{2}\pi a^4$ . 1044.  $-\frac{1}{8}\pi a^2$ . 1047. a)  $\frac{1}{128}\pi a^2 b$ ; b)  $\frac{1}{6}a^2 c$ ; c)  $\frac{2}{3}a^2$ . 1048.
- ( $n + 1$ ) ( $n - 2$ )  $\pi r^2$ . 1049. ( $n - 1$ ) ( $n - 2$ )  $\pi r^2$ . 1050.  $\frac{3}{2}a^2$ . 1051. ( $\pi a$ ,  $\frac{6}{5}a$ ). 1052. ( $\frac{1}{5}a$ ,  $\frac{1}{3}a$ ). 1053.  $\frac{1}{84}a^4$ .

## Q1. 11. Greenova veta

1022. a)  $\frac{4}{3}$ ; b) 0; c)  $\frac{5}{12}$ ; d) -4; e) 4. 1023. a)-e) -1. 1024. 0. 1025. -2π. 1026.  $4\pi ab$ .
1016.  $-\frac{14}{15}$ . 1017.  $\ln 6 - \frac{5}{3}$ . 1018.  $-\frac{1}{4}\pi$ . 1019.  $\frac{56}{15}$ . 1020.  $-2\pi a^2$ . 1021.  $-\frac{4}{3}$ .
1027.  $-\frac{3}{4}$ . 1028.  $-\frac{15}{8}$ . 1029.  $a - b$ . 1030.  $\frac{35}{1}$ . 1031.  $-\pi a^2 b$ . 1032.  $(\frac{6}{5} + \frac{1}{16}\sqrt{2})a^3$ .
1033.  $-\pi a^2$ . 1034.  $4a^3$ . 1035.  $-\frac{1}{4}\pi a^3$ . 1036. 0. 1037.  $\frac{1}{2}[\ln(a^2 + b^2) - \ln(a^2)]$ .

## Q1. 10. Kritkovy integral druhého druhu

1009.  $I_x = \frac{1024}{1664}a^3$ ,  $I_y = \frac{315}{1664}a^3$ . 1010.  $I_x = I_y = \frac{3}{2}a^3$ . 1011.  $\frac{1}{4}[5\sqrt{6} - \ln(\sqrt{2} + \sqrt{3})]$ .
1006.  $(2(\frac{\pi}{2} - 6), \frac{6}{6})$ . 1007.  $(\frac{5}{3}a, \frac{5}{3}a)$ . 1008.  $(\frac{4\pi}{e^{2x}} - 1, \frac{4\pi}{e^{2x}} - 1, \frac{4\pi}{e^{2x}} - 1)$ .
1002.  $\frac{a}{\sin a}$ . 1003.  $(\frac{5}{6}(e^{2x} + 1)a, -\frac{5}{6}(e^{2x} + 1)a)$ . 1004.  $(\frac{5}{4}a, \frac{5}{4}a)$ . 1005.  $(\frac{3}{4}a, \frac{3}{4}a)$ .
- $\frac{8}{15}(3\sqrt{3} - 1) + \frac{3}{16}\ln(1 + \frac{2}{3}\sqrt{3})$ . 1000.  $\frac{3}{2}\pi a^2 + b^2(3a^2 + 4\pi b^2)$ . 1001.  $\frac{3\pi}{\sqrt{2}}[(1 + 2\pi^2)^{\frac{3}{2}} - 1]$ .
- 4a<sup>2</sup>. 996.  $2(2 - \sqrt{2})a^2$ . 997.  $\frac{3}{2}[(1 + \phi_0^2)^{\frac{3}{2}} - 1]a^2$ . 998.  $\frac{1}{3}ab^2 + ab + b^2$ . 999.
5. 990.  $\sqrt{2a^2 + b^2(e^{T_1} - e^{T_2})}$ . 992.  $\frac{27}{16}(10\sqrt{10} - 1)$ . 993.  $\frac{11}{11}$ . 994.  $4a^2$ . 995.
985.  $\frac{3}{2}\pi a$ . 986.  $[1 + \frac{1}{2}\sqrt{2}\ln(1 + \sqrt{2})]a$ . 987.  $8(n + 1)r$ . 988.  $8(n - 1)r$ . 989.

## Q1. 9. Nekteré aplikace kritkového integrálu prvního druhu

- $\frac{ab}{\sqrt{a^2 + b^2}}$   $\frac{2\pi b}{\arctg \frac{a}{2\pi b}}$ . 982.  $\frac{3}{2}\sqrt{2}[(1 + 2\pi^2)^{\frac{3}{2}} - 1]$ . 983.  $2\pi a^2$ . 984.  $\frac{1}{2}(1 + \pi)a^3$ .
- $2\pi^2(1 + 2\pi^2)a^3$ . 978.  $2(e^a - 1) + \frac{1}{4}\pi ae^a$ . 979.  $\frac{ab}{\sqrt{1 + b^2}}(1 - e^{-2\pi b})$ . 980.  $\frac{a}{a}$ . 981.
972.  $\frac{3}{2}(\sqrt{5} - 2\sqrt{2})$ . 973.  $2a^2$ . 974.  $\frac{3}{2}\sqrt{2}a^3$ . 975.  $4a^3$ . 976.  $4\pi a^3$ . 977.
967.  $\sqrt{5}\ln 2$ . 968.  $\sqrt{5}(2\sqrt{2} - 1)$ . 969.  $2(4 + 3\sqrt{2})$ . 970. 24. 971.  $\frac{1}{30}(25\sqrt{5} - 6\sqrt{3})$ .

## Q1. 8. Kritkovy integral prvního druhu

963. a)  $\frac{4}{3}\pi H^6$ ; b)  $\frac{9}{13}\pi H^6$ . 964. a)  $\frac{1}{15}\pi H^5 H$ ; b)  $\frac{9}{60}\pi R^3 H(3H^2 + 10H^2)$ .
- b)  $\frac{1}{60}\pi R^2 H(3R^2 + 2H^2)$ . 960.  $\frac{1}{5}\pi$ . 961. a)  $\frac{2}{3}a^5$ ; b)  $\frac{1}{6}a^5$ . 962.  $I_x = I_y = \frac{1}{4}\pi^2 ab(4a^2 + 5b^2)$ .
- $\frac{4}{225}(15\pi - 26)a^5$ . 956.  $\frac{256}{15}\sqrt{2}a^5$ . 957.  $\frac{1}{2}\pi H(R^2 - H^4)$ . 958.  $\frac{3}{2}\pi R^4 H$ . 959. a)  $\frac{1}{10}\pi R^4 H$ ; b)  $\frac{1}{15}\pi R^2 H(3R^2 + 2H^2)$ .
- (0, 0,  $\frac{1}{16}$ ). 952.  $\frac{1}{60}abc(a^2 + b^2)$ . 953.  $\frac{1}{30}(8 - 5\sqrt{2})a^5$ . 954.  $\frac{1}{15}\pi abc(a^2 + b^2)$ . 955.
947. (0, 0,  $\frac{3}{8}c$ ). 948.  $(0, 0, \frac{a}{3\sqrt{2}(\ln(\sqrt{2} + 1) - 2)})$ . 949.  $\frac{1}{4}H$ . 950.  $(\frac{3}{4}a, \frac{5}{6}a, \frac{7}{8}a)$ . 951.
943. (0, 0,  $\frac{3}{8}a$ ). 944. (1, 1,  $\frac{3}{5}$ ). 945. (1, 1,  $\frac{4}{3}$ ). 946. (0, 0,  $\frac{83}{5}(6\sqrt{3} + 5)a$ ). 946. (0, 0,  $\frac{3}{16}(2 + \sqrt{2})a$ ).
- $\frac{1}{6}\pi H[(\sqrt{R^2 + H^2})^3 - H^3]$ . 940.  $(\frac{1}{4}a, \frac{1}{6}b, \frac{1}{4}c)$ . 941.  $(\frac{7}{9}, 0, \frac{7}{88})$ . 942.  $(\frac{3}{5}a, \frac{3}{5}b, \frac{9}{32}\sqrt{ab})$ .
934.  $\frac{1}{8}a^4$ . 935.  $\frac{20}{3}\pi a^6$ . 936.  $\frac{2}{7}\pi H^2 H$ . 937.  $\frac{3}{2}\pi H$ . 938.  $\frac{1}{2}\pi a^2 (\ln^2 a - \ln a)$ .

**Čl. 12.** Nezávislost křivkového integrálu druhého druhu na cestě

**1055.** Ano,  $V(x, y) = x^3 - x^2y + xy^2 - y^3$ . **1056.** Ne. **1057.** Ano,  $V(x, y) = e^{x+y}(x-y+1)$ .

**1058.** Ano,  $V(x, y) = 4x^3y + \frac{x}{y^2} + \ln y$ . **1059.** Ano,  $V(x, y) = \ln(x+y) - \frac{2y^2}{(x+y)^2}$ . **1060.**

a) Ano,  $V(x, y) = \frac{1}{2}\ln(x^2 + y^2) + \arctg\frac{y}{x}$ ; b) ano,  $V(x, y) = \frac{1}{2}\ln(x^2 + y^2) - \arctg\frac{x}{y}$ ; c) ne.

**1061.** Ne. **1062.** Ano,  $V(x, y, z) = xyz + 2y - z$ . **1063.** Ano,  $V(x, y, z) = x - \frac{x}{y} + \frac{xy}{z} + z^2$ .

**1064.** Ano,  $V(x, y, z) = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ . **1065.** -60. **1066.** 62. **1067.**  $-\frac{3}{2}$ . **1068.**  $-\frac{3}{2}$ .

**1069.**  $\ln\frac{5}{2} - \frac{1}{10}$ . **1070.**  $-\frac{5}{2}$ . **1071.** 0. **1072.**  $1 + \pi$ . **1073.** 56. **1074.** a) 0; b)  $2\pi$ .

**1076.**  $\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2 : xH'_x(x, y) = yH'_y(x, y)$ . **1077.**  $-\frac{22}{3}$ . **1078.** 8. **1079.**  $\frac{1}{2}\ln\frac{6}{5}$ . **1080.**  $-\frac{643}{12}$ .

**Čl. 13.** Plošný integrál prvního druhu

**1081.**  $11\sqrt{14}$ . **1082.**  $\frac{1}{210}(11\sqrt{2} - 4)\pi$ . **1083.**  $\frac{1}{15}(\sqrt{2} + 1)a^4$ . **1084.**  $\frac{3}{2}\pi a^3$ . **1085.**

$\frac{2}{3}\pi a^4$ . **1086.**  $\frac{1}{2}a^3$ . **1087.**  $\frac{5}{32}\pi a^5$ . **1088.**  $\frac{4}{3}\pi abc[(1/a^2) + (1/b^2) + (1/c^2)]$ . **1089.**  $\frac{1}{10}\sqrt{2}$ .

**1090.**  $\frac{64}{15}\sqrt{2}a^4$ . **1091.**  $3a^4$ . **1092.**  $\frac{1}{2}(\sqrt{3} - 1)(2\ln 2 + \sqrt{3})$ . **1093.**  $\frac{1}{6}\pi a^3(11a + 6)$ . **1094.**

$$\mathbf{g}(u, v) = \left( \frac{2a^2u}{a^2 + u^2 + v^2}, \frac{2a^2v}{a^2 + u^2 + v^2}, \frac{a(a^2 - u^2 - v^2)}{a^2 + u^2 + v^2} \right), (u, v) \in \overline{\Omega}$$

**Čl. 14.** Některé aplikace plošného integrálu prvního druhu

**1095.**  $280\pi$ . **1096.**  $(\pi - 2)a^2$ . **1097.**  $4\pi^2 ab$ . **1098.**  $\pi \left( a\sqrt{a^2 + b^2} + b^2 \ln \frac{a + \sqrt{a^2 + b^2}}{b} \right)$ .

**1099.**  $\frac{1}{12}\pi(\sqrt{3} - \sqrt{2})R^2 \doteq 3,4 \cdot 10^6 \text{ km}^2$ . **1101.**  $1 + \frac{1}{2}\sqrt{3}$ . **1102.**  $40a^4$ . **1103.**

$\frac{2}{15}(1 + 6\sqrt{3})\pi$ . **1104.**  $\frac{4}{15}\pi a^6$ . **1105.**  $\frac{1}{6}\pi(3\pi + 4)R^3$ . **1106.**  $4\pi^2 ab(a^2 + 2b^2)$ . **1107.**

$\frac{2}{3}\pi R^2(R + \sqrt{R^2 + H^2})$ . **1108.**  $(0, 0, \frac{2}{3}H)$ . **1109.**  $(\frac{1}{2}a, 0, \frac{16}{9}\pi^{-1}a)$ . **1110.**  $(\frac{1}{2}a, \frac{1}{2}a, \frac{1}{2}a)$ .

**1111.**  $\left( \frac{2}{3(\pi - 2)}a, 0, \frac{\pi}{4(\pi - 2)}a \right)$ . **1112.**  $(0, 0, \frac{3}{8}a)$ . **1113.** a)  $\frac{1}{2}\pi R^3\sqrt{R^2 + H^2}$ ; b)

$\frac{1}{12}\pi R(3R^2 + 2H^2)\sqrt{R^2 + H^2}$ . **1114.** a)  $\frac{8}{3}\pi R^4$ ; b)  $\frac{20}{3}\pi R^4$ . **1115.**  $2\pi^2 ab(2a^2 + 3b^2)$ . **1116.**

a)  $\frac{1}{6}\sqrt{3}a^4$ ; b)  $\frac{1}{12}\sqrt{3}a^4$ . **1117.**  $\frac{2}{105}(11\sqrt{2} - 4)\pi a^5$ .

**Čl. 15.** Plošný integrál druhého druhu

**1120.** -1. **1121.** 54. **1122.** 26. **1123.**  $\frac{1}{24}\pi a^6$ . **1124.**  $-\frac{3}{2}\pi a^4$ . **1125.**  $\frac{1}{2}\pi^2 a^4 b$ .

**1126.**  $-\frac{2}{105}\pi a^7$ . **1127.**  $\frac{3}{8}\pi a^4$ . **1128.**  $-\frac{1}{2}\pi abc^2$ . **1129.**  $\pi^2 ab^2$ . **1130.**  $\frac{2}{5}\pi$ . **1131.**  $-\pi$ .

**1132.**  $\frac{3}{2}a^4$ . **1133.**  $\pi R^2 H^3$ .

**Čl. 16.** Gaussova-Ostrogradského věta

**1135.**  $\frac{1}{5}\pi a^5$ . **1136.**  $-4a^3$ . **1137.**  $\frac{1}{4}a^4$ . **1138.**  $-\frac{3}{4}a^6$ . **1139.**  $\frac{5}{6}\pi$ . **1140.** 0. **1142.**

$-\frac{2}{5}\pi$ . **1143.**  $-\pi a^3$ . **1145.**  $\frac{4}{3}\pi(a^2 + \frac{1}{2}b^2)c$ . **1146.**  $2\pi^2 ab^2$ .

**Čl. 17.** Stokesova věta

**1148.**  $-\frac{1}{3}$ . **1149.**  $-2\pi a(a+b)$ . **1150.**  $-\frac{9}{2}a^3$ . **1151.**  $\frac{1}{6}(8 + 3\pi)a^2$ . **1152.**  $-\pi a^2$ .

**1153.**  $\frac{8}{3}\pi^3 b^3$ .

**Čl. 18.** Některé pojmy vektorové analýzy

**1164.**  $f\Delta g + \operatorname{grad} f \cdot \operatorname{grad} g$ . **1166.** a)  $(4, 8, -20)$ ; b)  $(-12, -8, -28)$ .