

1. test (řádný) MM2G: Ukázka 1 / 6

Otázka 1 (8 b.) $\int \frac{4x}{x^2 + 2x + 1} dx =$

- a) $2 \ln(x^2 + 2x + 1) - \operatorname{arctg}(x + 1) + C$
- b) $4 \ln |x + 1| + \frac{4}{x + 1} + C$
- c) $2 \ln |x + 1| - \frac{4}{x + 1} + C$
- d) $\ln(x + 1)^2 - \frac{2}{x + 1} + C$
- e) $4 \ln |x + 1| - 4 \operatorname{arctg}(x + 1) + C$

Otázka 2 (8 b.) Jestliže pro primitivní funkci F k funkci $f(x) = \sin^3 x$ na intervalu $(-\infty, +\infty)$ platí $F(\frac{1}{2}\pi) = 0$, pak $F(2\pi) =$

- a) $-\frac{2}{3}$
- b) $\frac{2}{3}$
- c) $\frac{1}{4}$
- d) $-\frac{1}{4}$
- e) 0

Otázka 3 (4 b.) Primitivní funkce k funkci $f(x) = x \cos x$ je dána předpisem

$$F(x) = \alpha \cos x + \beta x \sin x,$$

kde α, β jsou reálné konstanty. Platí:

- a) $\alpha = -1$
- b) $\alpha = 1$
- c) $\alpha = \frac{1}{2}$
- d) $\beta = -1$
- e) $\beta = \frac{1}{2}$

Otázka 4 (4 b.) $\int \frac{dx}{\sqrt{8+2x-x^2}} =$

- a) $\arcsin \frac{x-1}{3} + C$
- b) $2\sqrt{8+2x-x^2} + C$
- c) $\arccos \frac{x-1}{3} + C$
- d) $\sqrt{8+2x-x^2} + C$
- e) $\frac{\arcsin(x-1)}{3} + C$

Otázka 5 (8 b.) Délka grafu funkce $f(x) = \frac{1}{6}(e^{3x} + e^{-3x})$, $x \in \langle -\frac{1}{3}, \frac{1}{3} \rangle$, je

- a) $3(e - e^{-1})$
- b) $\frac{1}{3}(e^2 - e^{-2})$
- c) $\frac{1}{3}(e - e^{-1})$
- d) $4(e^2 - e^{-2})$
- e) $\frac{1}{3}e$

Otázka 6 (4 b.) Objem rotačního tělesa, které vznikne rotací kolem osy x rovinného obrazce daného nerovnostmi $0 \leq x \leq \cos y$, $0 \leq y \leq \frac{1}{2}\pi$, je

- a) $\pi \int_0^1 \cos^2 x \, dx$
- b) $\pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \arccos^2 x \, dx$
- c) $\pi \int_0^1 \arccos^2 x \, dx$
- d) $\pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x \, dx$
- e) $\pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 y \, dy$

$\left[\text{Správně: } b - a - b - a - c - c \right]$

1. test (řádný) MM2G: Ukázka 2 / 6

Otázka 1 (8 b.) Jestliže pro primitivní funkci F k funkci $f(x) = \frac{1}{1 + \sin^2 x}$ na intervalu $(-\infty, +\infty)$ platí $F(0) = 0$, pak $F(\frac{1}{4}\pi) =$

- a) $\operatorname{arctg} \frac{\sqrt{2}}{2}$
- b) $\ln \frac{3}{2} - \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{2}}{2}$
- c) $\frac{\sqrt{2}}{2} - \ln \frac{3}{2}$
- d) $\frac{\sqrt{2}}{2} \operatorname{arctg} \sqrt{2}$
- e) $\frac{\sqrt{3}}{12} \pi$

Otázka 2 (8 b.) Jestliže pro primitivní funkci F k funkci $f(x) = \frac{2x^3 - x}{x^4 - x^2 + 1}$ na intervalu $(-\infty, +\infty)$ platí $F(1) = 0$, pak $F(2) =$

- a) $\frac{824}{169}$
- b) $\frac{2672}{169}$
- c) $2 \ln 13$
- d) $\frac{3}{2}$
- e) $\ln \sqrt{13}$

Otázka 3 (4 b.) Jestliže pro primitivní funkci F k funkci $f(x) = (2x - 3)e^x$ na intervalu $(-\infty, +\infty)$ platí $F(1) = -2e$, pak $F(2) =$

- a) e^2
- b) 0
- c) $3e^2 - 3e$
- d) $e - e^2$
- e) $3e^2 - e$

Otázka 4 (4 b.) Užitím substituce $t = \cotg x$ dostaneme: $\int \frac{\cotg^2 x}{\sin^2 x} dx =$

- a) $-\frac{\cotg^3 x}{3} + C$
- b) $\frac{\cotg^3 x}{3} + C$
- c) $-\cotg^3 \frac{x}{3} + C$
- d) $-\frac{\cotg(x^3)}{3} + C$
- e) $\frac{\cotg(x^3)}{3} + C$

Otázka 5 (8 b.) Délka grafu funkce $f(x) = \frac{1}{2} \ln(\sin^2 x)$, $x \in \langle \frac{1}{3}\pi, \frac{1}{2}\pi \rangle$, je

- a) $\frac{1}{2} \ln 3$
- b) $3 \ln 3$
- c) $\ln \frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3} - 1}$
- d) $3 \ln \sqrt{3}$
- e) $\frac{1}{2} \ln \sqrt{3}$

Otázka 6 (4 b.) Objem rotačního tělesa, které vznikne rotací kolem osy y rovinného obrazce ohraničeného křivkami $x = 4 - y^2$, $x = 8 - 2y^2$, je

- a) $2\pi \int_0^2 (4 - y^2)^2 dy$
- b) $6\pi \int_0^2 (4 - y^2)^2 dy$
- c) $\pi \int_0^8 (8 - 2y^2)^2 dy - \pi \int_0^4 (4 - y^2)^2 dy$
- d) $\pi \int_{-2}^2 (4 - y^2)^2 dy$
- e) $3\pi \int_0^2 (4 - y^2)^2 dy$

[Správně: d - e - d - a - a - b]

1. test (řádný) MM2G: Ukázka 3 / 6

Otázka 1 (8 b.) Integrál $\int 6x^5 \cos(1 - x^3) dx$ se po substituci $t = 1 - x^3$ rovná integrálu

a) $\int 2(\cos t - t \cos t) dt$

b) $\int 2(t \cos t - \cos t) dt$

c) $\int \frac{1}{3}(t \cos t - \cos t) dt$

d) $\int 6t^5 \cos t dt$

e) $\int 6t^3 \cos t dt$

Otázka 2 (8 b.) $\int \frac{2 \arcsin x + x}{\sqrt{1 - x^2}} dx =$

a) $\arcsin^2 x - \sqrt{1 - x^2} + C$

b) $\arcsin^2 x + \sqrt{1 - x^2} + C$

c) $\arcsin x \cdot (\arcsin x + x) + C$

d) $2 \arcsin^2 x + x \arcsin x + C$

e) $\left(\arcsin^2 x + \frac{x^2}{2} \right) \cdot \arcsin x + C$

Otázka 3 (4 b.) Integrací per partes dostaneme: $\int (2x - 1) \log x dx =$

a) $(x^2 - x) \log x + \frac{2x - x^2}{2 \ln 10} + C$

b) $(x^2 - x) \frac{\log x}{\ln 10} + \frac{2x - x^2}{2 \ln 10} + C$

c) $(x^2 - x) \log x + x - \frac{x^2}{2} + C$

d) $(x^2 - x) \log x + \left(x - \frac{x^2}{2} \right) \ln 10 + C$

e) $(x^2 - x) \log x - (x^2 - x) \frac{\log x}{\ln 10} + C$

Otázka 4 (4 b.) Jestliže pro primitivní funkci F k funkci $f(x) = \sin\left(\frac{\pi - 3x}{2}\right)$ na intervalu $(-\infty, +\infty)$ platí $F(0) = 1$, pak $F(-\pi) =$

- a) 2
- b) $\frac{1}{3}$
- c) $\frac{5}{3}$
- d) $\frac{4}{3}$
- e) $\frac{2}{3}$

Otázka 5 (8 b.) Délka grafu funkce $f(x) = \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}\ln x$, $x \in \langle 1, e^2 \rangle$, je

- a) $\frac{1}{4}(e^4 + 1)$
- b) $\frac{1}{4}(e^4 - 3)$
- c) $\frac{1}{2}(e^2 + 1)$
- d) $\frac{1}{4}(e^4 + 3)$
- e) $4e^2$

Otázka 6 (4 b.) Obsah rovinného obrazce ohraničeného křivkami $x = 1$, $y = 1$ a $y = \ln x$ je

- a) $e - 2$
- b) $2 + e$
- c) e
- d) $3 - e$
- e) 1

[Správně: b - a - a - c - d - a]

1. test (řádný) MM2G: Ukázka 4 / 6

Otázka 1 (8 b.) Jestliže pro primitivní funkci F k funkci $f(x) = \frac{1}{2 - e^{-x}}$ na intervalu $(-\ln 2, +\infty)$ platí $F(0) = 0$, pak $F(\ln 2) =$

- a) $\ln 3$
- b) $\frac{1}{2} \ln 3$
- c) $-\ln \frac{3}{2}$
- d) $\frac{1}{2} \ln(\ln 4 - 1)$
- e) $\ln(\ln 4 - 1)$

Otázka 2 (8 b.) Jestliže pro primitivní funkci F k funkci $f(x) = \frac{1}{2 + \sqrt{x+5}}$ na intervalu $(-5, +\infty)$ platí $F(-1) = 0$, pak $F(4) =$

- a) $2 - 2 \ln \frac{5}{4}$
- b) $\ln \frac{5}{4}$
- c) $2(1 + 2 \ln \frac{5}{4})$
- d) 0
- e) $2(1 - 2 \ln \frac{5}{4})$

Otázka 3 (4 b.) Integrací per partes dostaneme

$$\int \frac{\ln(1-x)}{x^2} dx = -\frac{1}{x} \ln(1-x) - \varphi(x),$$

kde $\varphi(x) =$

- a) $\int \frac{1}{1-x} dx$
- b) $\int \frac{x^3}{1-x} dx$
- c) $\int \frac{x}{1-x} dx$
- d) $\int \frac{1}{x(1-x)} dx$
- e) $\int \frac{1}{x^2(1-x)} dx$

Otázka 4 (4 b.) Jestliže pro primitivní funkci F k funkci $f(x) = \frac{x-4}{\sqrt[3]{x}}$ na intervalu $(0, +\infty)$ platí $F(1) = 0$, pak $F(8) =$

- a) $\frac{3}{5}$
- b) $-\frac{6}{5}$
- c) $-\frac{19}{12}$
- d) $\frac{14}{3}$
- e) $\frac{131}{3}$

Otázka 5 (8 b.) Délka grafu funkce $f(x) = \frac{1}{3}\sqrt{x^3} - \sqrt{x}$, $x \in \langle 0, 9 \rangle$, je

- a) 12
- b) 11
- c) 13
- d) 14
- e) 15

Otázka 6 (4 b.) Kladné reálné číslo a , pro které se obsah rovinného obrazce ohraničeného křivkami $y = ax^3$ a $y = 2x^2$ rovná $\frac{1}{6}$, je

- a) $\frac{1}{2}$
- b) 3
- c) 1
- d) 2
- e) 0

[Správně: b – e – d – a – a – d]

1. test (řádný) MM2G: Ukázka 5 / 6

Otázka 1 (8 b.) $\int x \operatorname{arctg} x \, dx =$

- a) $\frac{x^2 - 1}{2} \operatorname{arctg} x + \frac{x}{2} + C$
- b) $\frac{x^2 + 1}{2} \operatorname{arctg} x - \frac{x}{2} + C$
- c) $\frac{x^2}{2(x^2 + 1)} + \frac{1}{2} \operatorname{arctg} x + C$
- d) $x \operatorname{arctg} x - \operatorname{arctg} x + C$
- e) $\frac{x^2}{2} \operatorname{arctg} x - \frac{x}{2} + C$

Otázka 2 (8 b.) Primitivní funkce k funkci $f(x) = \frac{x^4 + 3x^3 - 3x^2 + 4x - 4}{x^2 + 1}$ je dána předpisem

$$F(x) = \alpha x^3 + \beta x^2 + \gamma x + \delta \ln(x^2 + 1),$$

kde $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ jsou reálné konstanty. Platí:

- a) $\delta = \frac{1}{2}$
- b) $\delta = -\frac{1}{2}$
- c) $\delta = -2$
- d) $\beta = \frac{1}{2}$
- e) $\gamma = -2$

Otázka 3 (4 b.) Integrál $\int \frac{\cos^3 x}{\sin x} \, dx$ se po substituci $t = \sin x$ rovná integrálu

- a) $\int \left(t - \frac{1}{t}\right) \, dt$
- b) $\int \frac{1}{t} \, dt$
- c) $\int \left(\frac{1}{t} - t\right) \, dt$
- d) $\int (1 - t^2) \, dt$
- e) $\int \left(t + \frac{1}{t}\right) \, dt$

Otázka 4 (4 b.) Jestliže pro primitivní funkci F k funkci $f(x) = \frac{1}{x(1 + \ln x)}$ na intervalu $(e^{-1}, +\infty)$ platí $F(1) = 2$, pak $F(e) =$

- a) $2 + \ln 2$
- b) $2e$
- c) $2 + \ln 2e$
- d) $\frac{3}{2}$
- e) $2 - e$

Otázka 5 (8 b.) x -ová souřadnice těžiště homogenního rovinného obrazce, který je ohraničený přímkami o rovnicích $x = 0$, $y = 6$ a částí křivky $y = 2x^2$ ležící v I. kvadrantu, je

- a) $\frac{3}{4}\sqrt{2}$
- b) $\frac{3}{8}\sqrt{3}$
- c) $\frac{5}{8}\sqrt{2}$
- d) $\frac{5}{4}$
- e) $\frac{3}{8}$

Otázka 6 (4 b.) Délka grafu funkce $f(x) = \arcsin 2x$ je

- a) $2 \int_0^{1/2} \sqrt{\frac{2 - 4x^2}{1 - 4x^2}} dx$
- b) $2 \int_0^{1/2} \sqrt{\frac{5 - 4x^2}{1 - 4x^2}} dx$
- c) $\int_0^{1/2} \sqrt{\frac{5 - 4x^2}{1 - 4x^2}} dx$
- d) $\int_0^{1/2} \sqrt{\frac{2 - 4x^2}{1 - 4x^2}} dx$
- e) $\int_{-1}^1 \sqrt{\frac{2 - x^2}{1 - x^2}} dx$

[Správně: b – a – c – a – b – b]

1. test (řádný) MM2G: Ukázka 6 / 6

Otázka 1 (8 b.) Primitivní funkce k funkci $f(x) = (x^2 + 5) \cos x$ je dána předpisem

$$F(x) = x^2 \sin x + \beta x \cos x + \gamma \sin x,$$

kde β, γ jsou reálné konstanty. Platí:

- a) $\beta = 2$
- b) $\gamma = -3$
- c) $\beta = -2$
- d) $\gamma = -2$
- e) $\gamma = 2$

Otázka 2 (8 b.) Užitím substituce $t = \operatorname{tg} \frac{x}{2}$ nebo úpravami dostaneme:

$$\int \frac{\cos x}{1 + \cos x} dx =$$

- a) $x - 2 \operatorname{tg} \frac{x}{2} + C$
- b) $\left(1 - \frac{1}{3} \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}\right) \cdot \operatorname{tg} \frac{x}{2} + C$
- c) $x - \operatorname{tg} \frac{x}{2} + C$
- d) $\operatorname{tg} \frac{x}{2} + x + C$
- e) $\ln \left(1 + \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}\right) + C$

Otázka 3 (4 b.) $\int \frac{5\sqrt{x}}{x(1 + \sqrt{x})} dx =$

- a) $\frac{5}{2} \ln(\sqrt{x} + 1) + C$
- b) $10 \ln(\sqrt{x} + 1) + C$
- c) $-10 \ln(x + 1) + C$
- d) $5 \ln \frac{\sqrt{x}}{1 + \sqrt{x}} + C$
- e) $10 \ln \frac{\sqrt{x}}{1 + \sqrt{x}} + C$

Otázka 4 (4 b.) Jestliže pro primitivní funkci F k funkci $f(x) = \frac{\cos 2x}{\cos x - \sin x}$ na intervalu $(-\frac{3}{4}\pi, \frac{1}{4}\pi)$ platí $F(0) = 0$, pak $F(\frac{1}{6}\pi) =$

- a) $\frac{3}{2}(\sqrt{3} - 1)$
- b) $-\frac{3}{2}(\sqrt{3} + 1)$
- c) $-\frac{1}{2}(\sqrt{3} - 1)$
- d) $\frac{1}{2}(3 - \sqrt{3})$
- e) $-\frac{1}{2}(\sqrt{3} + 7)$

Otázka 5 (8 b.) x -ová souřadnice těžiště homogenního rovinného obrazce, který je ohraničený přímkami o rovnicích $x = \frac{1}{8}$, $y = 5$ a křivkou $y = \frac{1}{8}\sqrt{x} + 5$, je

- a) $\frac{3}{40}$
- b) $\frac{7}{40}$
- c) $\frac{20}{7}$
- d) $\frac{5}{7}$
- e) 6

Otázka 6 (4 b.) Délka křivky $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 1$ je

- a) $\int_0^1 \sqrt{\frac{2x - \sqrt{x} + 1}{x}} dx$
- b) $\int_0^1 \sqrt{\frac{x - 2\sqrt{x} + 2}{x}} dx$
- c) $2 \int_0^1 (x - \sqrt{x} + 1) dx$
- d) $\int_0^1 \sqrt{\frac{2x - 2\sqrt{x} + 1}{x}} dx$
- e) $\int_0^1 \sqrt{1 + (1 - \sqrt{x})^4} dx$

[Správně: a - c - b - d - a - d]