

ZKOUŠKA — MA03 — VZOR

CELÉ JMÉNO:	DATUM:
PŘEDNÁŠEJÍCÍ:	KRUH:

1 _(10b.)	
2 _(10b.)	
3 _(8b.)	
4 _(7b.)	
S	
Z	
Σ	

1. Vypočítejte

$$\int_M \sqrt{\frac{4}{4-x^2-y^2}} \, dA.$$

přes množinu

$$M = \{(x, y) : x^2 + y^2 < 2y\}.$$

2. Vypočítejte

$$\int_M z \, dV$$

přes množinu

$$M = \{(x, y, z) : 2 \leq x^2 + y^2 \leq 4, 0 < z < \sqrt{x^2 + y^2}\}.$$

3. Kladně orientovaná křivka C je sjednocením úsečky s krajními body $(0, 0)$ a $(2, 0)$ a půlkružnice $x^2 + y^2 = 2x$, $y \geq 0$. Užitím Greenovy věty vypočítejte

$$\int_C y^2 \, dx + x^2 \, dy.$$

4. Uvažujme diferenciální rovnici

$$x^3 y''' - 3x^2 y'' + 6xy' - 6y = 0.$$

1(1). Ukažte, že funkce $y_1(x) = 2x$, $y_2(x) = x^2$ a $y_3(x) = 3x^3$ tvoří na intervalu $(0, \infty)$ fundamentální systém.

2(1). Zjistěte, zda funkce $y_1(x) = x$, $y_2(x) = x^2$ a $y_3(x) = 1$ tvoří na intervalu $(0, \infty)$ fundamentální systém.

3(1). Najděte na intervalu $(0, \infty)$ fundamentální systém obsahující funkce $y_1(x) = x$ a $y_2(x) = x - x^2$.

4(1). Existuje na intervalu $(0, \infty)$ fundamentální systém obsahující funkce $y_1(x) = x$ a $y_2(x) = 2x$?

5(3). Najděte řešení této rovnice splňující počáteční podmínku

$$y(1) = 1, \quad y'(1) = 0, \quad y''(1) = 0.$$