

1. test MA2E: Ukázka 1 / 6

Otázka 1 (4 b.) Primitivní funkce k funkci $f(x) = x \cos x$ je dána předpisem

$$F(x) = \alpha \cos x + \beta x \sin x,$$

kde α, β jsou reálné konstanty. Platí:

- a) $\alpha = -1$ b) $\alpha = 1$ c) $\alpha = \frac{1}{2}$ d) $\beta = -1$ e) $\beta = \frac{1}{2}$

Otázka 2 (4 b.) $\int \frac{dx}{\sqrt{8+2x-x^2}} =$

- a) $\arcsin \frac{x-1}{3} + C$ b) $2\sqrt{8+2x-x^2} + C$
c) $\arccos \frac{x-1}{3} + C$ d) $\sqrt{8+2x-x^2} + C$
e) $\frac{\arcsin(x-1)}{3} + C$

Otázka 3 (8 b.) Délka grafu funkce $f(x) = \frac{1}{6}(e^{3x} + e^{-3x})$, $x \in \langle -\frac{1}{3}, \frac{1}{3} \rangle$, je

- a) $3(e - e^{-1})$ b) $\frac{1}{3}(e^2 - e^{-2})$
c) $\frac{1}{3}(e - e^{-1})$ d) $4(e^2 - e^{-2})$
e) $\frac{1}{3}e$

Otázka 4 (4 b.) Objem rotačního tělesa, které vznikne rotací kolem osy x rovinného obrazce daného nerovnostmi $0 \leq x \leq \cos y$, $0 \leq y \leq \frac{1}{2}\pi$, je

- a) $\pi \int_0^1 \cos^2 x \, dx$ b) $\pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \arccos^2 x \, dx$
c) $\pi \int_0^1 \arccos^2 x \, dx$ d) $\pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x \, dx$
e) $\pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 y \, dy$

[Správně: b - a - c - c]

1. test MA2E: Ukázka 2 / 6

Otázka 1 (8 b.) Jestliže pro primitivní funkci F k funkci $f(x) = \frac{1}{1 + \sin^2 x}$ na intervalu $(-\infty, +\infty)$ platí $F(0) = 0$, pak $F(\frac{1}{4}\pi) =$

- a) $\operatorname{arctg} \frac{\sqrt{2}}{2}$ b) $\ln \frac{3}{2} - \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{2}}{2}$
c) $\frac{\sqrt{2}}{2} - \ln \frac{3}{2}$ d) $\frac{\sqrt{2}}{2} \operatorname{arctg} \sqrt{2}$
e) $\frac{\sqrt{3}}{12} \pi$

Otázka 2 (4 b.) Jestliže pro primitivní funkci F k funkci $f(x) = (2x - 3)e^x$ na intervalu $(-\infty, +\infty)$ platí $F(1) = -2e$, pak $F(2) =$

- a) e^2 b) 0 c) $3e^2 - 3e$ d) $e - e^2$ e) $3e^2 - e$

Otázka 3 (4 b.) Užitím substituce $t = \cotg x$ dostaneme: $\int \frac{\cotg^2 x}{\sin^2 x} dx =$

- a) $-\frac{\cotg^3 x}{3} + C$ b) $\frac{\cotg^3 x}{3} + C$
c) $-\cotg^3 \frac{x}{3} + C$ d) $-\frac{\cotg(x^3)}{3} + C$
e) $\frac{\cotg(x^3)}{3} + C$

Otázka 4 (4 b.) Objem rotačního tělesa, které vznikne rotací kolem osy y rovinného obrazce ohraničeného křivkami $x = 4 - y^2$, $x = 8 - 2y^2$, je

- a) $2\pi \int_0^2 (4 - y^2)^2 dy$
b) $6\pi \int_0^2 (4 - y^2)^2 dy$
c) $\pi \int_0^8 (8 - 2y^2)^2 dy - \pi \int_0^4 (4 - y^2)^2 dy$
d) $\pi \int_{-2}^2 (4 - y^2)^2 dy$
e) $3\pi \int_0^2 (4 - y^2)^2 dy$

[Správně: d - d - a - b]

1. test MA2E: Ukázka 3 / 6

Otázka 1 (8 b.) Integrál $\int 6x^5 \cos(1 - x^3) dx$ se po substituci $t = 1 - x^3$ rovná integrálu

a) $\int 2(\cos t - t \cos t) dt$ b) $\int 2(t \cos t - \cos t) dt$

c) $\int \frac{1}{3}(t \cos t - \cos t) dt$ d) $\int 6t^5 \cos t dt$

e) $\int 6t^3 \cos t dt$

Otázka 2 (4 b.) Integrací per partes dostaneme: $\int (2x - 1) \log x dx =$

a) $(x^2 - x) \log x + \frac{2x - x^2}{2 \ln 10} + C$

b) $(x^2 - x) \frac{\log x}{\ln 10} + \frac{2x - x^2}{2 \ln 10} + C$

c) $(x^2 - x) \log x + x - \frac{x^2}{2} + C$

d) $(x^2 - x) \log x + \left(x - \frac{x^2}{2}\right) \ln 10 + C$

e) $(x^2 - x) \log x - (x^2 - x) \frac{\log x}{\ln 10} + C$

Otázka 3 (4 b.) Jestliže pro primitivní funkci F k funkci $f(x) = \sin\left(\frac{\pi - 3x}{2}\right)$ na intervalu $(-\infty, +\infty)$ platí $F(0) = 1$, pak $F(-\pi) =$

a) 2 b) $\frac{1}{3}$ c) $\frac{5}{3}$ d) $\frac{4}{3}$ e) $\frac{2}{3}$

Otázka 4 (4 b.) Obsah rovinného obrazce ohraničeného křivkami $x = 1$, $y = 1$ a $y = \ln x$ je

a) $e - 2$ b) $2 + e$ c) e d) $3 - e$ e) 1

[Správně: b - a - c - a]

1. test MA2E: Ukázka 4 / 6

Otázka 1 (8 b.) Jestliže pro primitivní funkci F k funkci $f(x) = \frac{1}{2 + \sqrt{x+5}}$ na intervalu $(-5, +\infty)$ platí $F(-1) = 0$, pak $F(4) =$

- a) $2 - 2 \ln \frac{5}{4}$ b) $\ln \frac{5}{4}$
c) $2(1 + 2 \ln \frac{5}{4})$ d) 0
e) $2(1 - 2 \ln \frac{5}{4})$

Otázka 2 (4 b.) Integrací per partes dostaneme

$$\int \frac{\ln(1-x)}{x^2} dx = -\frac{1}{x} \ln(1-x) - \varphi(x),$$

kde $\varphi(x) =$

- a) $\int \frac{1}{1-x} dx$ b) $\int \frac{x^3}{1-x} dx$
c) $\int \frac{x}{1-x} dx$ d) $\int \frac{1}{x(1-x)} dx$
e) $\int \frac{1}{x^2(1-x)} dx$

Otázka 3 (4 b.) Jestliže pro primitivní funkci F k funkci $f(x) = \frac{x-4}{\sqrt[3]{x}}$ na intervalu $(0, +\infty)$ platí $F(1) = 0$, pak $F(8) =$

- a) $\frac{3}{5}$ b) $-\frac{6}{5}$ c) $-\frac{19}{12}$ d) $\frac{14}{3}$ e) $\frac{131}{3}$

Otázka 4 (4 b.) Kladné reálné číslo a , pro které se obsah rovinného obrazce ohraničeného křivkami $y = ax^3$ a $y = 2x^2$ rovná $\frac{1}{6}$, je

- a) $\frac{1}{2}$ b) 3 c) 1 d) 2 e) 0

[Správně: e - d - a - d]

1. test MA2E: Ukázka 5 / 6

Otázka 1 (4 b.) Integrál $\int \frac{\cos^3 x}{\sin x} dx$ se po substituci $t = \sin x$ rovná integrálu

a) $\int \left(t - \frac{1}{t}\right) dt$

b) $\int \frac{1}{t} dt$

c) $\int \left(\frac{1}{t} - t\right) dt$

d) $\int (1 - t^2) dt$

e) $\int \left(t + \frac{1}{t}\right) dt$

Otázka 2 (4 b.) Jestliže pro primitivní funkci F k funkci $f(x) = \frac{1}{x(1 + \ln x)}$ na intervalu $(e^{-1}, +\infty)$ platí $F(1) = 2$, pak $F(e) =$

a) $2 + \ln 2$

b) $2e$

c) $2 + \ln 2e$

d) $\frac{3}{2}$

e) $2 - e$

Otázka 3 (8 b.) x -ová souřadnice těžiště homogenního rovinného obrazce, který je ohraničený přímkami o rovnicích $x = 0$, $y = 6$ a částí křivky $y = 2x^2$ ležící v I. kvadrantu, je

a) $\frac{3}{4}\sqrt{2}$

b) $\frac{3}{8}\sqrt{3}$

c) $\frac{5}{8}\sqrt{2}$

d) $\frac{5}{4}$

e) $\frac{3}{8}$

Otázka 4 (4 b.) Délka grafu funkce $f(x) = \arcsin 2x$ je

a) $2 \int_0^{1/2} \sqrt{\frac{2-4x^2}{1-4x^2}} dx$

b) $2 \int_0^{1/2} \sqrt{\frac{5-4x^2}{1-4x^2}} dx$

c) $\int_0^{1/2} \sqrt{\frac{5-4x^2}{1-4x^2}} dx$

d) $\int_0^{1/2} \sqrt{\frac{2-4x^2}{1-4x^2}} dx$

e) $\int_{-1}^1 \sqrt{\frac{2-x^2}{1-x^2}} dx$

[Správně: c – a – b – b]

1. test MA2E: Ukázka 6 / 6

Otázka 1 (8 b.) Primitivní funkce k funkci $f(x) = (x^2 + 5) \cos x$ je dána předpisem

$$F(x) = x^2 \sin x + \beta x \cos x + \gamma \sin x,$$

kde β, γ jsou reálné konstanty. Platí:

- a) $\beta = 2$ b) $\gamma = -3$ c) $\beta = -2$ d) $\gamma = -2$ e) $\gamma = 2$

Otázka 2 (4 b.) $\int \frac{5\sqrt{x}}{x(1+\sqrt{x})} dx =$

- a) $\frac{5}{2} \ln(\sqrt{x} + 1) + C$ b) $10 \ln(\sqrt{x} + 1) + C$
c) $-10 \ln(x + 1) + C$ d) $5 \ln \frac{\sqrt{x}}{1 + \sqrt{x}} + C$
e) $10 \ln \frac{\sqrt{x}}{1 + \sqrt{x}} + C$

Otázka 3 (4 b.) Jestliže pro primitivní funkci F k funkci $f(x) = \frac{\cos 2x}{\cos x - \sin x}$ na intervalu $(-\frac{3}{4}\pi, \frac{1}{4}\pi)$ platí $F(0) = 0$, pak $F(\frac{1}{6}\pi) =$

- a) $\frac{3}{2}(\sqrt{3} - 1)$ b) $-\frac{3}{2}(\sqrt{3} + 1)$
c) $-\frac{1}{2}(\sqrt{3} - 1)$ d) $\frac{1}{2}(3 - \sqrt{3})$
e) $-\frac{1}{2}(\sqrt{3} + 7)$

Otázka 4 (4 b.) Délka křivky $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 1$ je

- a) $\int_0^1 \sqrt{\frac{2x - \sqrt{x} + 1}{x}} dx$ b) $\int_0^1 \sqrt{\frac{x - 2\sqrt{x} + 2}{x}} dx$
c) $2 \int_0^1 (x - \sqrt{x} + 1) dx$ d) $\int_0^1 \sqrt{\frac{2x - 2\sqrt{x} + 1}{x}} dx$
e) $\int_0^1 \sqrt{1 + (1 - \sqrt{x})^4} dx$

[Správně: a - b - d - d]